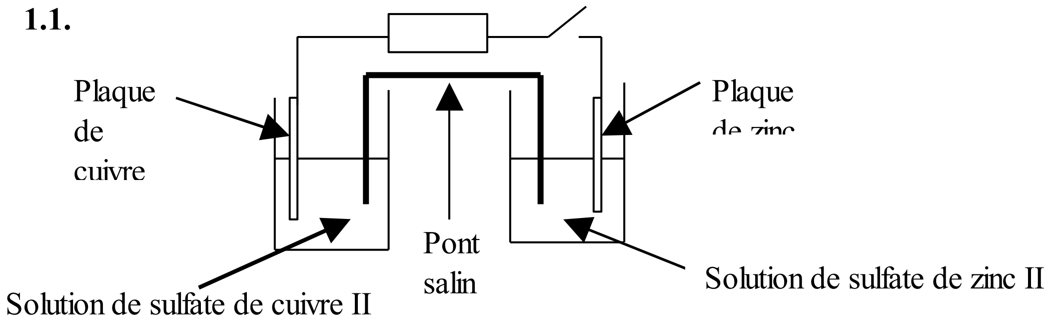
Métropole 06/2003 II. CHARGE D'UN CONDENSATEUR A L'AIDE D'UNE PILE (7 points)

correction http://labolycee.free.fr ©

1. Réalisation de la pile :

1.1.



1.2. $Q_{r,\,i} = \dfrac{\left[Zn^{2+}_{(aq)}\right]_i}{\left[Cu^{2+}_{(aq)}\right]_i} = \dfrac{C_1}{C_2}$ = **1,0**

$Q_{r,\,i} < K$ La transformation évolue spontanément dans le **sens direct**.

1.3. Electrode en cuivre : $Cu^{2+}_{(aq)} + 2e^- = Cu_{(s)}$

Electrode en zinc : $Zn_{(s)} = Zn^{2+}_{(aq)} + 2\,e^-$

1.4. L'électrode de **zinc** fournit des électrons au circuit extérieur, c'est le **pôle –** de la pile.

Au niveau de l'électrode de **cuivre**, il y a consommation d'électrons, c'est le **pôle +** de la pile.

1.5. Le réactif limitant est l'ion cuivre (II), le zinc est en excès.

$x_{max} = C_2.V_2$

Q = $n(e^-).N_A.e$

D'après la demi-équation de réduction : $n(Cu^{2+})_{consommée} = \dfrac{n(e^-)}{2}$ et $n(Cu^{2+})_{consommée} = x_{max}$,

donc $n(e^-) = 2x_{max}$

alors $Q = 2x_{max}.N_A.e$ = $\mathbf{2\ C_2.V_2.N_A.e}$

$Q = 2\times1{,}0\times0{,}100\times6{,}02.10^{23}\times1{,}6.10^{-19}$

$\mathbf{Q = 1{,}9.10^4\ C}$

2. Charge du condensateur :

2.1. Si le condensateur est complètement chargé, il se comporte comme un isolant : **I = 0 A**.

D'après la loi d'additivité des tensions $U_{PN} = u_C$.

$$E - r.I = u_C$$

$E = u_C$ lorsque le condensateur est chargé.

Par lecture graphique, pour t = 20 s, il vient : $\mathbf{E = u_C(\mathit{t=20s}) = 1{,}06\ V}$

2.2.1. $\boldsymbol{\tau = r.C}$

D'après la loi d'Ohm : r = U / I donc $[r] = [U].[I]^{-1}$

D'autre part $U = \dfrac{Q}{C}$ et $Q = I.\Delta t$, donc $U = \dfrac{I.\Delta t}{C}$ soit $C = \dfrac{I.\Delta t}{U}$. Donc $[C] = [I].[T].[U]^{-1}$

$[\tau] = [r].[C]$

$[\tau] = [U].[I]^{-1}.\ [I].[T].[U]^{-1}$

$[\tau] = [T]$

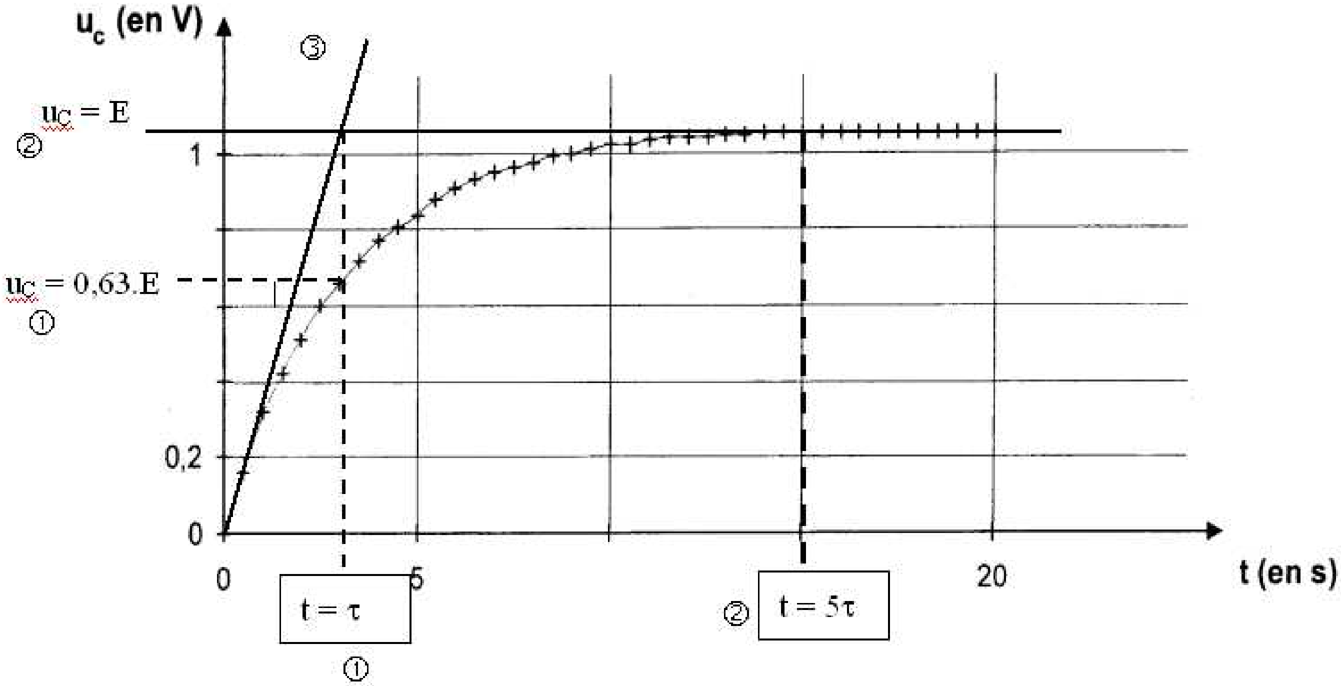
τ a la même dimension qu'une durée.

2.2.2. Détermination graphique de τ : 3 méthodes au choix

méthode 1 : Pour $t = \tau$, on a $u_C(\tau) = 0,63.E$. On lit graphiquement l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée $u_C = 0,63 \times 1,06 = 0,67$ V.

méthode 2 : Pour $t = 5\tau$, on peut considérer que $u_C = E$.

méthode 3 : La tangente à la courbe représentative de $u_C = f(t)$ coupe l'asymptote horizontale $u_C = E$ au point d'abscisse $t = \tau$



Les 3 méthodes conduisent à τ = 3,0 s.

2.2.3. $\mathbf{r} = \dfrac{\tau}{C}$

$$r = \frac{3,0}{330.10^{-6}} = \mathbf{9,1\ k\Omega}$$

2.3.1. $i = \frac{dq}{dt}$

2.3.2. $q = C.u_C$

2.3.3. D'après la loi d'additivité des tensions : $U_{PN} = U_{AB}$

$E - rI = u_C$

d'après 2.3.1. $E = u_C + r\,\frac{dq}{dt}$

d'après 2.3.2. et C étant constante $E = \mathbf{u_C + r.C.}\frac{du_C}{dt}$

2.3.4. Utilisons l'équation différentielle , dans laquelle on remplace $\frac{du_C}{dt}$ par son expression $\alpha E\ e^{-\alpha t}$

$E = E.(1 - e^{-\alpha t}) + r.C.\alpha.E.e^{-\alpha t}$

$E = E + E.(r.C.\alpha - 1\ ).e^{-\alpha t}$

pour satisfaire cette égalité, il faut que $r.C.\alpha = 1$

soit $\boldsymbol{\alpha} = \frac{1}{r.C}$.