EXERCICE III. LES OSCILLATIONS DANS LE HAUT-PARLEUR (4 points)

CALCULATRICE INTERDITE

1. Étude théorique du mouvement de l'équipage mobile en l'absence de frottement

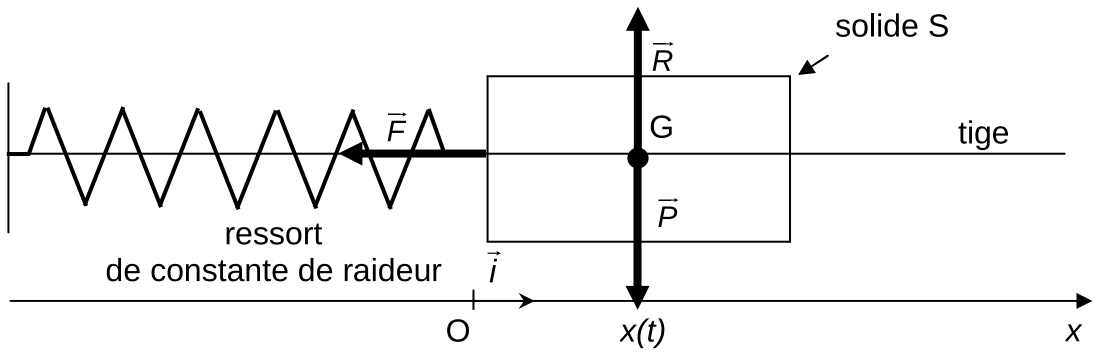


Figure 2. Modélisation de l'équipage mobile du haut-parleur à la date *t*

1.1. Le solide subit : -son poids $\vec{P}$,
- la force de rappel du ressort $\vec{F}$,
- la réaction de la tige $\vec{R}$.

1.2. $\vec{F} = -k.x.\vec{i}$

1.3. Système : solide Référentiel terrestre

D'après la deuxième loi de Newton $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m.\vec{a}$.

Par projection suivant l'axe (O, $\vec{i}$) : $-k.x = m.\dfrac{d^2x}{dt^2}$

$$m.\frac{d^2x}{dt^2} + k.x = 0$$

finalement on retrouve l'équation différentielle du mouvement relative à l'abscisse *x* du centre de gravité G du solide à la date *t* : $\boxed{\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m}.x = 0}$

1.4. $x(t) = X_m \cos\left[\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)t\right]$

$$\frac{dx(t)}{dt} = -X_m.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right).\sin\left[\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)t\right]$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -X_m.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.\cos\left[\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)t\right] = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.x(t)$$

Ainsi $\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} + \left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2.x(t) = 0$ or d'après l'équation différentielle établie $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m}.x = 0$,

alors $\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \dfrac{k}{m}$

$$(2\pi)^2.\frac{m}{k} = T_0^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

1.5. [k] ? F = k.x et d'après la deuxième loi de Newton F = m.a donc k = $\frac{m.a}{x}$

$[k] = [M].[a].[x]^{-1}$
$[k] = M.L.T^{-2}.L^{-1}$
$[k] = M.T^{-2}$

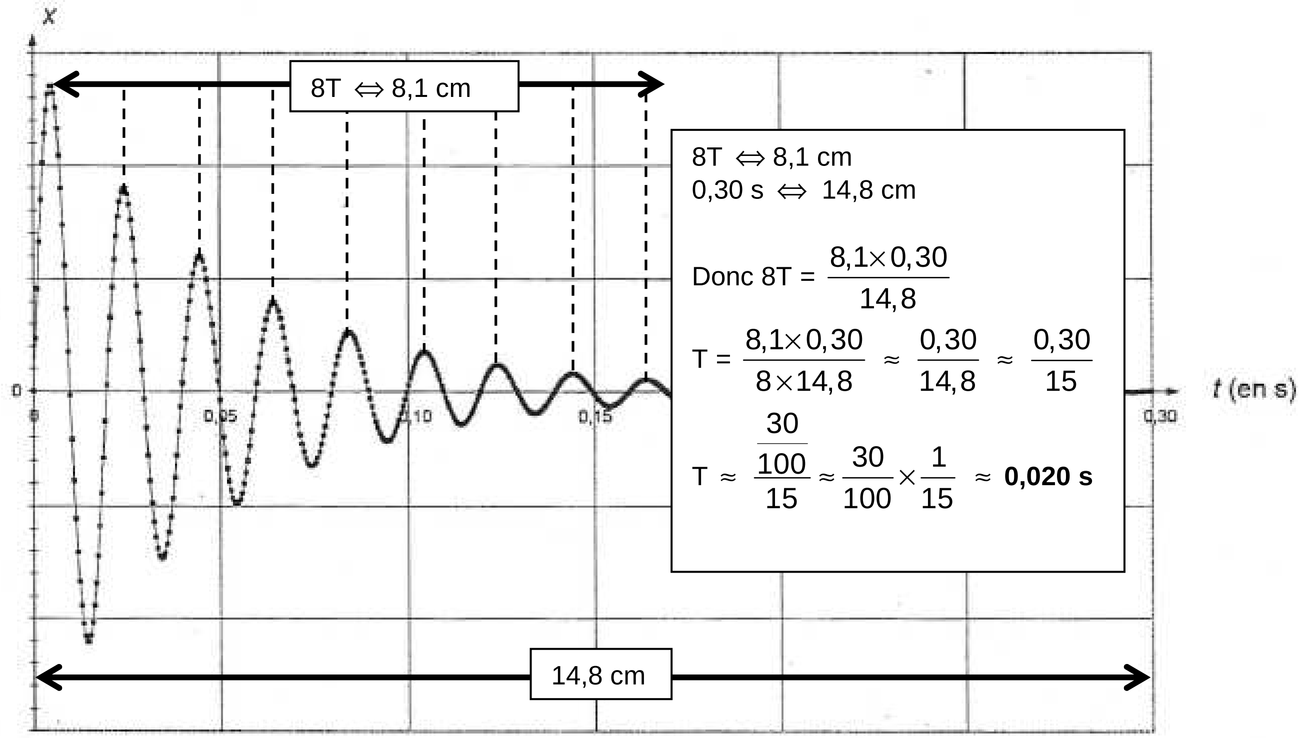
$[T_0] = [2\pi] . [M]^{1/2}.[k]^{-1/2}$
$[T_0] = M^{1/2}.M^{-1/2}.T^{-2x-1/2}$
$[T_0] = T$

2. Étude expérimentale du mouvement de l'équipage mobile

2.1. Les oscillations sont libres et amorties. Le régime associé est qualifié de pseudo-périodique.

2.2. Au cours du temps l'amplitude des oscillations diminue en raison des frottements de l'air sur la membrane.

2.3.



Dans l'hypothèse d'un amortissement faible, on peut considérer que la pseudo-période T est égale à la période propre T_0.

Ainsi $f_0 = \frac{1}{T}$

$\boldsymbol{f_0} = \frac{1}{0,020} = \frac{1}{2,0\times10^{-2}} = 0,50\times10^{2}$ **= 50 Hz**

2.4. Afin de déterminer la masse *m* de l'équipage mobile, on fixe au dôme de la membrane une masse additionnelle *m*' = 10 g. La fréquence propre de l'ensemble {équipage mobile + masse additionnelle} devient alors f'_0 = 45 Hz.

2.4.1. $T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m+m'}{k}}$

$f'_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m+m'}}$

2.4.2. $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\frac{f_0}{f'_0} = \frac{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m+m'}}} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{\frac{k}{m+m'}}}$$

$$\left(\frac{f_0}{f'_0}\right)^2 = \frac{\frac{k}{m}}{\frac{k}{m+m'}} = \frac{k}{m}\times\frac{m+m'}{k}$$

$$\left(\frac{f_0}{f'_0}\right)^2 = \frac{m+m'}{m}$$

$$\left(\frac{f_0}{f'_0}\right)^2 .m = m + m'$$

$$\left(\frac{f_0}{f'_0}\right)^2 .m - m = m'$$

$$m.\left[\left(\frac{f_0}{f'_0}\right)^2 - 1\right] = \text{m'}$$

$$m = \frac{m'}{\left[\left(\frac{f_0}{f'_0}\right)^2 - 1\right]}$$

On nous épargne le calcul, m = 40 g.

2.5. Exprimer la constante de raideur k du ressort modélisant la suspension du haut-parleur en fonction de la fréquence propre f_0 de l'équipage mobile. En déduire la valeur de k.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2}.\frac{k}{m}$$

k = $4\pi^2.m.f_0^2$

k = $4\pi^2 \times 40 \times 10^{-3} \times 50^2$

k $\approx$ $4 \times 10 \times 40 \times 10^{-3} \times 25 \times 10^2 = 4 \times 40 \times 25$

k = **$4{,}0 \times 10^3$ kg.s^{-2}**

2.6.1. L'équipage mobile du haut-parleur est soumis à des oscillations forcées.
L'excitateur est le GBF et le résonateur est l'équipage mobile.

2.6.2. En admettant que l'amortissement des oscillations est suffisamment faible, lorsque f est voisine de f_0 alors l'amplitude des oscillations augmente. Il se produit le phénomène de résonance.