**Bac 2026 Amérique du nord Jour 2** **Correction © https://www.labolycee.org**

**Exercice 1 : « J'ai froid aux pieds sur le carrelage, je préfère le parquet ! »**

## 1. Détermination de l'effusivité d'un matériau

**Données :**

- Effusivité $E$ d'un matériau : $E = \sqrt{\lambda \times c_v}$ avec :
  - $\lambda$ : conductivité thermique du matériau (en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$) ;
  - $c_v$ : capacité thermique volumique du matériau (en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-3}$).
- $c_v = \frac{C}{V}$ avec :
  - $C$ : capacité thermique du morceau de matériau utilisé en $J \cdot K^{-1}$ ;
  - $V$ : volume du morceau de matériau en $m^3$.
- Conductivités thermiques des matériaux : $\lambda_{bois} = 0{,}14\ J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$ ;
  $\lambda_{carrelage} = 1{,}3\ J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$;
  $\lambda_{silicone} = 0{,}80\ J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$.
- Capacité thermique de l'eau en $J \cdot K^{-1}$ : $C_{eau} = m_{eau} \times c_{eau}$, avec :
  - $c_{eau}$ : capacité thermique massique de l'eau, $c_{eau} = 4{,}18 \times 10^3\ J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$ ;
  - $m_{eau}$ : masse de l'eau en kg.
- $T$ : température en kelvin ;
- $\theta$ : température en degré Celsius ;
- Variation de l'énergie interne d'un système incompressible : $\Delta U = C \times \Delta T$ avec :
  - $C$ : capacité thermique du système ;
  - $\Delta T$ : variation de température du système.
- Rappel : $\sqrt{a} = a^{1/2}$.

**Q.1. Montrer que l'effusivité s'exprime en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1/2}$.**

L'effusivité est définie par $E = \sqrt{\lambda \times c_v} = (\lambda \times c_v)^{1/2} = \lambda^{1/2} \times c_v^{1/2}$

On remplace les grandeurs par leurs unités : $(J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1})^{1/2} \cdot (J \cdot K^{-1} \cdot m^{-3})^{1/2}$

$J^{1/2} \cdot J^{1/2} \cdot K^{-1/2} \cdot K^{-1/2} \cdot m^{-1/2} \cdot m^{-3/2} \cdot s^{-1/2}$

Finalement on obtient effectivement une effusivité en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1/2}$.

Les conductivités thermiques $\lambda$ des matériaux étant données, on cherche à obtenir les capacités thermiques volumiques des matériaux à partir d'une mesure de $C$ et de $V$ du morceau choisi.
On choisit de déterminer $C_{carrelage}$, la capacité thermique du morceau de carrelage, par calorimétrie.
On considère que dans un calorimètre, on néglige tout travail et tout transfert thermique avec l'extérieur.
On place 720 g d'eau à 25,4 °C dans le calorimètre. On y insère le morceau de carrelage à 39,7 °C.
On relève la température finale d'équilibre thermique au bout de quelques dizaines de secondes, le temps que les transferts thermiques se fassent. On relève une température finale de 25,9 °C.
On considère le système {eau + carrelage} dans le calorimètre.

**Q.2. Indiquer le sens dans lequel s'opère le transfert thermique entre le corps chaud et le corps froid.**

Le transfert thermique a toujours lieu du corps chaud (le carrelage) vers le corps froid (l'eau).

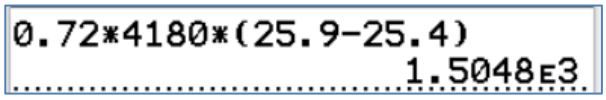
**Q.3. Rappeler le premier principe de la thermodynamique et en définir tous les termes ainsi que leurs unités. Appliquer le premier principe de la thermodynamique au système dans le calorimètre.**

Le premier principe de la thermodynamique indique qu'un système peut échanger de l'énergie avec le milieu extérieur sous forme de chaleur $Q$ et/ou de travail $W$. Ainsi la variation d'énergie interne du système est $\Delta U = W + Q$.
$\Delta U$, $W$ et $Q$ sont des énergies exprimées en Joules.

Le système dans le calorimètre est constitué d'eau et de carrelage.
Le sujet indique que dans un calorimètre, on néglige tout travail et tout transfert thermique avec l'extérieur donc $\Delta U = 0$.
Mais par ailleurs, le système étant immobile et incompressible alors $W = 0$.
On obtient $\Delta U = Q = 0$.

**Q.4. Montrer que la variation d'énergie interne de l'eau dans le calorimètre vaut $1{,}50\times10^3$ J.**

$\Delta U = 0 = \Delta U_{eau} + \Delta U_{carrelage}$
L'eau reçoit autant d'énergie que le carrelage cède d'énergie.
$\Delta U_{eau} = C_{eau}\cdot\Delta T = m_{eau}\cdot c_{eau}\cdot\Delta T$
$\Delta U_{eau} = 0{,}720 \text{ kg} \times 4{,}18\times10^3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}\times(25{,}9 - 25{,}4) \text{ K}$
$\Delta U_{eau} = 1{,}50\times10^3$ J




Remarque : inutile de convertir les températures en kelvins car ((25,9 + 273) – (25,4 + 273)) = 25,9 – 25,4.

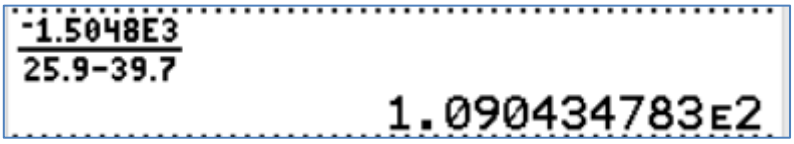
**Q.5. En déduire que la capacité thermique du morceau de carrelage vaut $C_{carrelage} = 109$ J·K$^{-1}$.**

$\Delta U = 0 = \Delta U_{eau} + \Delta U_{carrelage}$

$\Delta U_{carrelage} = -\Delta U_{eau}$
$C_{carrelage}\cdot\Delta T = -\Delta U_{eau}$

$$C_{carrelage} = \frac{-\Delta U_{eau}}{\Delta T}$$

$$C_{carrelage} = \frac{-1{,}5048\times10^3}{25{,}9 - 39{,}7} = 109 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$$




Pour l'étude de la capacité thermique du carrelage, on utilise un morceau de carrelage de volume $5{,}50.10^{-5}$ m$^3$.

**Q.6. Calculer la valeur de la capacité thermique volumique du carrelage $c_{v\ carrelage}$.**

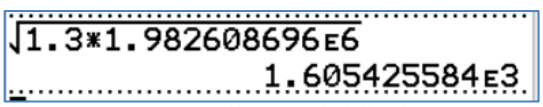
$$c_{v\,carrelage} = \frac{C_{carrelage}}{V}$$

$$c_{v\,carrelage} = \frac{109 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}}{5{,}50\times10^{-5} \text{ m}^3} = 1{,}98\times10^6 \text{ J.K}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$$

**Q.7. Montrer que l'effusivité du carrelage vaut $E_{carrelage} = 1{,}60.10^3$ J·K$^{-1}$·m$^{-2}$·s$^{-1/2}$.**

$$E_{carrelage} = \sqrt{\lambda_{carrelage}\times c_{v\ carrelage}}$$

$$E_{carrelage} = \sqrt{1{,}3\times1{,}98\times10^6} = 1{,}6\times10^3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1/2}$$




Remarque : on effectue les calculs avec les valeurs précédentes non arrondies et ici il n'y a que deux chiffres significatifs (comme pour $\lambda_{carrelage}$).

On mesure dans les mêmes conditions d'expérience $E_{bois} = 0{,}476.10^3$ J·K$^{-1}$·m$^{-2}$·s$^{-1/2}$.

**Q.8. Justifier la cohérence des valeurs d'effusivité des matériaux par rapport au texte d'introduction.**

L'effusivité du bois est environ 3 fois plus faible que celle du carrelage. Ainsi le bois se réchauffe plus rapidement sur la surface en contact avec le pied chaud que ne le fait le carrelage.
La température de contact ressentie par le pied au contact du bois est plus élevée que celle avec le carrelage.

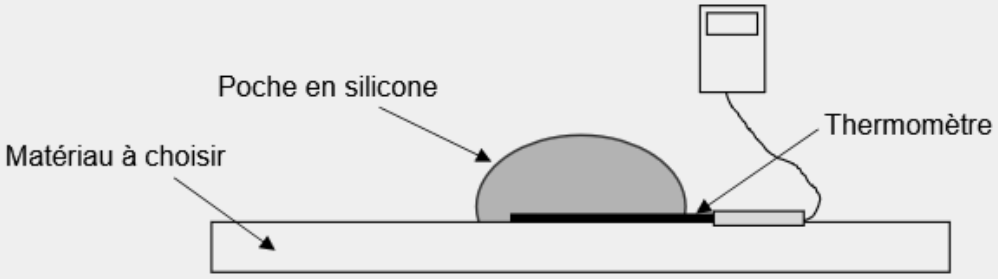
## 2. Mesure et calcul de la température de contact

**Données :**

- $T$(K) = $\theta$(°C) + 273 ;
- Effusivités des matériaux : $E_{silicone} = 0{,}756\times10^3$ J·K$^{-1}$·m$^{-2}$·s$^{-1/2}$ ;
  $E_{bois} = 0{,}476\times10^3$ J·K$^{-1}$·m$^{-2}$·s$^{-1/2}$ ;
  $E_{carrelage} = 1{,}60\times10^3$ J·K$^{-1}$·m$^{-2}$·s$^{-1/2}$.

Pour mesurer la température moyenne de contact entre la poche en silicone chauffée à environ 34 °C (comme pour un pied réel) et un morceau de carrelage (ou un morceau de bois), dont on relève au préalable la température, on intercale un thermomètre entre le carrelage (ou le bois) et la poche en silicone.

On atteint au bout de quelques secondes l'équilibre thermique et on mesure la température de contact. L'incertitude type associée à chaque mesure de température vaut 0,2 °C.




Pour calculer $T_{calcul.AB}$ la température de contact thermique entre deux matériaux A et B, on utilise la relation :

$$T_{calcul.AB} = \frac{E_A \times T_A + E_B \times T_B}{E_A + E_B}$$

avec $E_A$ et $E_B$ les effusivités des matériaux A et B en contact thermique et $T_A$ et $T_B$ leurs températures respectives initiales en kelvin.

Dans le cas du contact silicone-bois, les températures initiales sont : $\theta_{i\,silicone}$ = 34,1 °C et $\theta_{i\,bois}$ = 19,6 °C, la température de contact mesurée entre le silicone et le bois notée $\theta_{mesure.SB}$ s'établit au bout de quelques secondes à $\theta_{mesure.SB}$ = 28,3 °C.

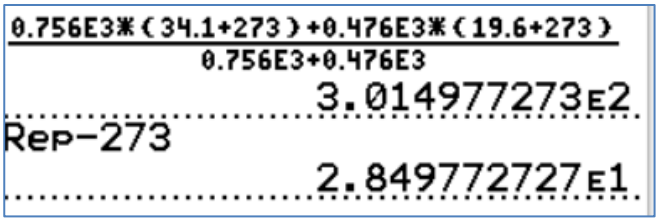
**Q.9. Exprimer la valeur de $T_{mesure.SB}$ en kelvin.**

$T_{mesure.SB} = \theta_{mesure.SB}$ +273 en kelvin.

**Q.10. Calculer la valeur de la température de contact théorique notée $T_{calcul.SB}$ entre la poche de silicone et le bois.**

$T_{calcul.AB} = \dfrac{E_A \times T_A + E_B \times T_B}{E_A + E_B}$ donc ici $T_{calcul.SB} = \dfrac{E_{silicone} \times T_{silicone} + E_{bois} \times T_{bois}}{E_{silicone} + E_{bois}}$

$$T_{calcul.SB} = \frac{0{,}756\times10^{3}\times(34{,}1+273)+0{,}476\times10^{3}\times(19{,}6+273)}{0{,}756\times10^{3}+0{,}476\times10^{3}}$$ = 301 K = 301 – 273 = 28°C




Remarque : le résultat (en K) ne peut comporter que trois chiffres significatifs.
Ensuite on fait une soustraction de deux nombres ne comportant aucune décimale, donc la température en °C est arrondie à l'entier sans décimale.

Dans le cas du contact silicone-carrelage, on trouve expérimentalement $T_{mesure.SC}$ = 297,2 K et on calcule $T_{calcul.SC}$ = 297,4 K.
**Q.11. Comparer les valeurs des températures de contact mesurées $T_{mesure.SB}$ et $T_{mesure.SC}$ avec celles des températures de contact calculées $T_{calcul.SB}$ et $T_{calcul.SC}$ et conclure.**
$T_{mesure.SB}$ = 28,3+273 = 301,3 K (on va garder la décimale…)
$T_{calcul.SB}$ = 301,5 K

$T_{mesure.SC}$ = 297,2 K
$T_{calcul.SC}$ = 297,4 K

Les valeurs mesurées sont très proches de celles calculées.
On constate un écart de 0,2°C. Cet écart est égal à l'incertitude type de mesure de la température.
Le z-score vaut donc 1 et est inférieur à 2, ce qui montre l'accord avec la formule théorique utilisée.
(Remarque : il n'est pas nécessaire d'évoquer le z-score qui d'ailleurs n'est pas donné dans le sujet).

**Q.12. Expliquer les raisons de la sensation décrite dans le titre de l'exercice.**
Comparons les températures de contact thermique :
avec le bois $T_{mesure.SB}$ = 28,3+273 = 301,3 K
avec le carrelage $T_{mesure.SC}$ = 297,2 K

donc $T_{mesure.SB} > T_{mesure.SC}$
Le pied ressent le fait que le carrelage est plus froid que le bois et cela génère la sensation de froid.
Le transfert thermique du pied vers le carrelage est plus important que celui entre le pied et le bois car la différence de température entre le pied et le carrelage est plus élevée.

### 3. Transfert conducto-convectif

On étudie le refroidissement à l'intérieur du pied.
Pour cela, on immerge la poche de silicone, transpercée jusqu'à son centre par un thermomètre relié à une interface d'acquisition, dans un mélange eau liquide/glace constituant ainsi un thermostat à 0 °C.
Le suivi de la température dure trois heures, les mesures sont faites toutes les 7,2 secondes.
**Q.13. Préciser quel transfert thermique supplémentaire, lié à la présence d'eau liquide, apparaît dans le thermostat eau liquide/glace par rapport aux matériaux solides utilisés précédemment.**
On connaît trois modes de transfert thermique convection, conduction et rayonnement.
La présence d'eau liquide permet un transfert par convection qui n'avait pas lieu avec les solides.

Le flux thermique entre la poche de silicone et le thermostat, dans le cas d'un transfert conducto-convectif, est donné par la loi de Newton, il s'écrit :

$$\phi = h_{\text{eau-silicone}} \times S \times (\theta_T - \theta), \text{ avec}$$

- $h_{\text{eau-silicone}}$ : coefficient de transfert conducto-convectif entre l'eau et le silicone ; plus le coefficient de transfert conducto-convectif est grand plus le flux sera important ;
- $S$ : surface de contact entre poche en silicone et le thermostat ;
- $\theta$ : température du silicone dans la poche et $\theta_T$ la température du thermostat.

**Q.14. Donner l'expression du transfert thermique $Q$ en fonction du flux thermique $\phi$ pendant une durée très petite $\Delta t$.**

Remarque : en général une petite durée est notée dt.

$\phi = \dfrac{Q}{\Delta t}$ donc $Q = \phi \cdot \Delta t$

**Q.15. Montrer, par application du premier principe de la thermodynamique appliqué au silicone, que les variations de la température du silicone à l'intérieur de la poche peuvent être décrites par l'équation différentielle suivante :**

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau} \times \theta = \frac{1}{\tau} \times \theta_T$$

**avec $\tau$ le temps caractéristique de transfert tel que : $\tau = \dfrac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} \times S}$.**

Le premier principe de la thermodynamique appliqué au système {silicone} donne $\Delta U = W + Q$.
Le système est immobile et supposé incompressible donc il n'échange pas de travail.
$\Delta U = Q$
On a $Q = C_{\text{silicone}} \times \Delta\theta$ et $Q = \phi \cdot \Delta t$ donc $C_{\text{silicone}} \times \Delta\theta = \phi \cdot \Delta t$

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\phi}{C_{silicone}}$$

Si $\Delta t$ tend vers zéro alors on notera $\dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{\phi}{C_{silicone}}$

On fait intervenir la loi de Newton $\dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{h_{eau-silicone} \times S \times (\theta_T - \theta)}{C_{silicone}}$

Comme $\tau = \dfrac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} \times S}$ alors $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{h_{\text{eau-silicone}} \times S}{C_{\text{silicone}}}$

alors on obtient $\dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{1}{\tau} \cdot (\theta_T - \theta)$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\tau} \cdot \theta_T - \frac{1}{\tau} \cdot \theta$$

Finalement $\dfrac{d\theta}{dt} + \dfrac{1}{\tau} \times \theta = \dfrac{1}{\tau} \times \theta_T$.

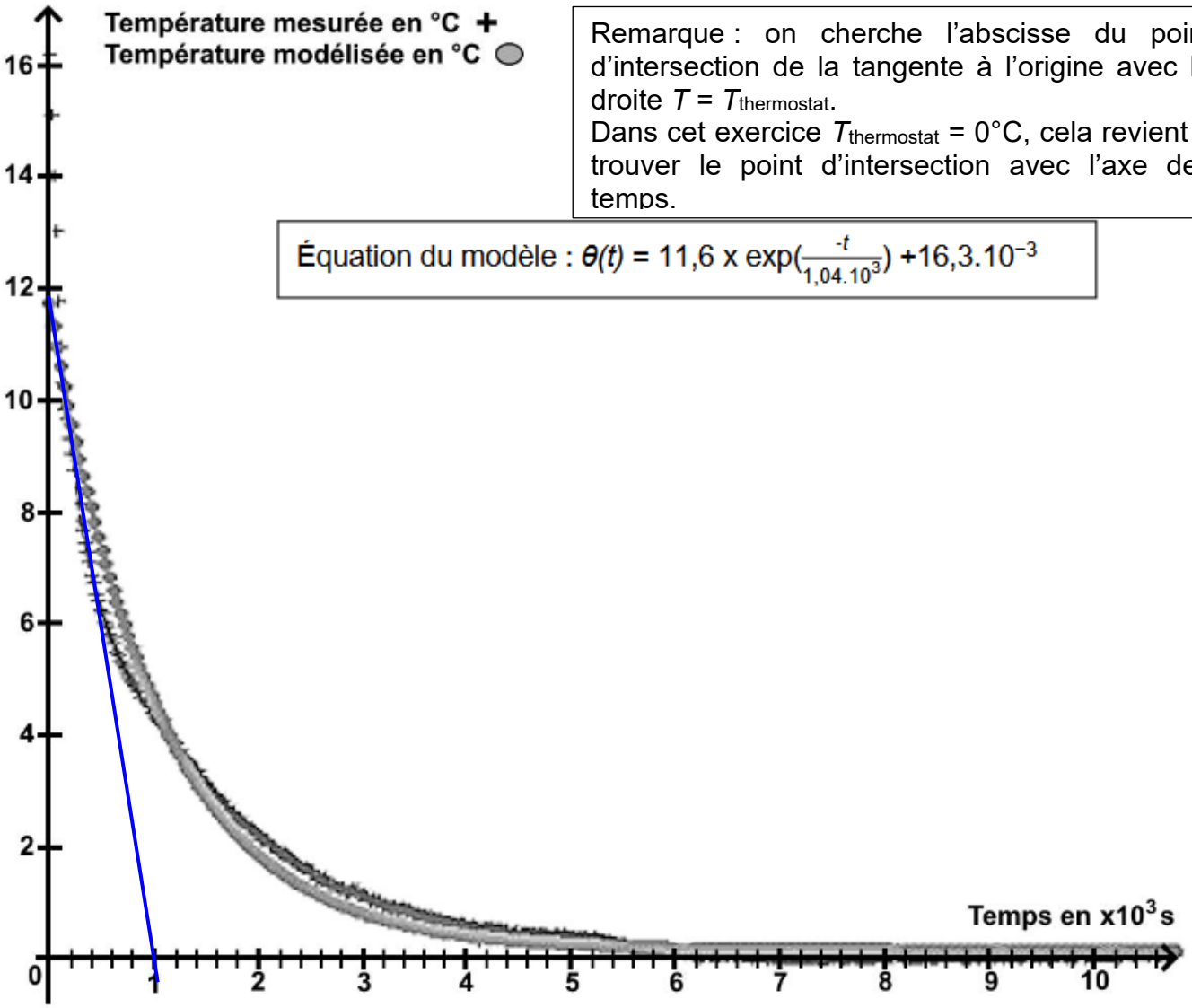
La solution donnant l'évolution de la température en fonction du temps a pour forme : $\theta(t) = (\theta(0) - \theta_T) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_T$

**Q.16. Comparer les deux courbes obtenues en annexe à rendre avec la copie et commenter.**

Les deux courbes ne se superposent pas parfaitement, cependant elles sont assez proches pour que l'on considère le modèle mathématique comme compatible avec le mode réel.

**Q.17. Déterminer la valeur du temps caractéristique $\tau$ par construction graphique à réaliser sur l'annexe à rendre avec la copie.**

On trace la tangente à l'origine, elle coupe l'axe des temps à la date $t = \tau$.




Remarque : on cherche l'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine avec la droite $T = T_{thermostat}$.
Dans cet exercice $T_{thermostat}$ = 0°C, cela revient à trouver le point d'intersection avec l'axe des temps.

On lit $\tau = 1\times10^3$ s.

Remarque : Cette méthode étant peu précise, on ne peut pas garder trop de chiffres significatifs.

**Q.18. Calculer la valeur de $h_{eau\text{-}silicone}$ sachant que la poche utilisée a une capacité thermique $C_{silicone}$ = 179 J·K$^{-1}$ et une surface totale immergée $S$ = 0,0172 m$^2$.**

$$\tau = \frac{C_{silicone}}{h_{eau\text{-}silicone} \times S} \text{ donc } h_{eau\text{-}silicone} = \frac{C_{silicone}}{\tau \times S}.$$

$$h_{eau\text{-}silicone} = \frac{179 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}}{1\times10^3 \text{ s} \times 0{,}0172 \text{ m}^2} = 1\times10^1 \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$$

Le coefficient conducto-convectif entre l'air et le silicone vaut $h_{air\text{-}silicone}$ = 3,51 J·s$^{-1}$·K$^{-1}$·m$^{-2}$.

**Q.19. Comparer les valeurs des deux coefficients conducto-convectifs et indiquer le fluide dans lequel le pied se refroidit le plus vite.**

$h_{eau\text{-}silicone} > h_{air\text{-}silicone}$

Comme indiqué dans le sujet, plus le coefficient de transfert conducto-convectif est grand plus le flux sera important, donc le pied se refroidit plus vite dans l'eau que dans l'air.

Remarque : Ceci est bien en accord avec notre ressenti lors d'une baignade dans de l'eau à la même température que l'air. L'eau paraît plus froide que l'air, car elle nous prend plus rapidement notre chaleur.

**Merci de nous signaler la présence éventuelle d'erreurs à labolycee@labolycee.org**