Exercice 1 : « J'ai froid aux pieds sur le carrelage, je préfère le parquet ! » (11 points)



Alors que les températures des deux sols sont identiques, on ressent que l'un des deux est plus froid que l'autre !

Cette sensation est liée à l'effusivité des matériaux.

Selon Jean-Claude Krapez, ingénieur de recherche, auteur d'une thèse sur le sujet :

« L'effusivité d'un matériau caractérise la vitesse avec laquelle il peut échanger de l'énergie thermique avec son environnement. Lorsque son effusivité thermique est forte, un matériau absorbe rapidement de l'énergie thermique sans se réchauffer notablement en surface (cas de la pierre, de l'acier, du carrelage), et inversement lorsque son effusivité thermique est faible le matériau se réchauffe très rapidement sur la surface de contact avec une source chaude. Ce qui signifie que ce genre de matériaux n'absorbe pas beaucoup d'énergie thermique et que cette dernière reste en surface, comme c'est le cas pour le bois ».

La température de contact qui sera ressentie par le pied se détermine en utilisant l'effusivité des matériaux en contact.

Pour reproduire cette expérience au laboratoire afin de bien comprendre ce phénomène, on utilise un morceau de carrelage, un morceau de bois de parquet et une poche en silicone. La poche en silicone permet ainsi de simuler un pied nu car elle possède des propriétés mécaniques et thermiques similaires au dessous du pied.

1. Détermination de l'effusivité d'un matériau

Données :

- Effusivité E d'un matériau : $E = \sqrt{\lambda \times c_v}$ avec :
  - λ : conductivité thermique du matériau (en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$) ;
  - c_v : capacité thermique volumique du matériau (en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-3}$).
- $c_v = \frac{C}{V}$ avec :
  - C : capacité thermique du morceau de matériau utilisé en $J \cdot K^{-1}$;
  - V : volume du morceau de matériau en m^3.
- Conductivités thermiques des matériaux : $\lambda_{bois} = 0{,}14\ J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$;
  $\lambda_{carrelage} = 1{,}3\ J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$;
  $\lambda_{silicone} = 0{,}80\ J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$.
- Capacité thermique de l'eau en $J \cdot K^{-1}$: $C_{eau} = m_{eau} \times c_{eau}$, avec :
  - c_{eau} : capacité thermique massique de l'eau, $c_{eau} = 4{,}18 \times 10^3\ J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$;
  - m_{eau} : masse de l'eau en kg.
- T : température en kelvin ;
- θ : température en degré Celsius ;

- Variation de l'énergie interne d'un système incompressible : $\Delta U = C \times \Delta T$ avec :

  C : capacité thermique du système ;

  ΔT : variation de température du système.

- Rappel : $\sqrt{a} = a^{1/2}$.

Q.1. Montrer que l'effusivité s'exprime en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1/2}$.

Les conductivités thermiques λ des matériaux étant données, on cherche à obtenir les capacités thermiques volumiques des matériaux à partir d'une mesure de C et de V du morceau choisi.

On choisit de déterminer $C_{carrelage}$, la capacité thermique du morceau de carrelage, par calorimétrie.

On considère que dans un calorimètre, on néglige tout travail et tout transfert thermique avec l'extérieur.

On place 720 g d'eau à 25,4 °C dans le calorimètre. On y insère le morceau de carrelage à 39,7 °C. On relève la température finale d'équilibre thermique au bout de quelques dizaines de secondes, le temps que les transferts thermiques se fassent. On relève une température finale de 25,9 °C.

On considère le système {eau + carrelage} dans le calorimètre.

Q.2. Indiquer le sens dans lequel s'opère le transfert thermique entre le corps chaud et le corps froid.

Q.3. Rappeler le premier principe de la thermodynamique et en définir tous les termes ainsi que leurs unités. Appliquer le premier principe de la thermodynamique au système dans le calorimètre.

Q.4. Montrer que la variation d'énergie interne de l'eau dans le calorimètre vaut $1{,}50 \times 10^3$ J.

Q.5. En déduire que la capacité thermique du morceau de carrelage vaut $C_{carrelage} = 109\ J \cdot K^{-1}$.

Pour l'étude de la capacité thermique du carrelage, on utilise un morceau de carrelage de volume $5{,}50.10^{-5}\ m^3$.

Q.6. Calculer la valeur de la capacité thermique volumique du carrelage $c_{V\ carrelage}$.

Q.7. Montrer que l'effusivité du carrelage vaut $E_{carrelage} = 1{,}60.10^3\ J \cdot K^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1/2}$.

On mesure dans les mêmes conditions d'expérience $E_{bois} = 0{,}476.10^3\ J \cdot K^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1/2}$

Q.8. Justifier la cohérence des valeurs d'effusivité des matériaux par rapport au texte d'introduction.

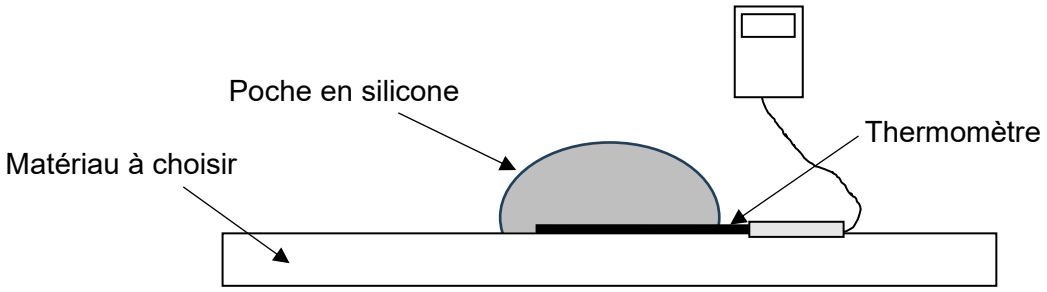
2. Mesure et calcul de la température de contact

Données :

- $T(\text{K}) = \theta(°\text{C}) + 273$;
- Effusivités des matériaux : $E_{\text{silicone}} = 0{,}756\times10^{3}\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1/2}$;
  $E_{\text{bois}} = 0{,}476\times10^{3}\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1/2}$;
  $E_{\text{carrelage}} = 1{,}60\times10^{3}\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1/2}$.

Pour mesurer la température moyenne de contact entre la poche en silicone chauffée à environ 34 °C (comme pour un pied réel) et un morceau de carrelage (ou un morceau de bois), dont on relève au préalable la température, on intercale un thermomètre entre le carrelage (ou le bois) et la poche en silicone.

On atteint au bout de quelques secondes l'équilibre thermique et on mesure la température de contact. L'incertitude type associée à chaque mesure de température vaut 0,2 °C.



Pour calculer $T_{\text{calcul.AB}}$ la température de contact thermique entre deux matériaux A et B, on utilise la relation :

$$T_{\text{calcul.AB}} = \frac{E_{\text{A}}\times T_{\text{A}} + E_{\text{B}}\times T_{\text{B}}}{E_{\text{A}} + E_{\text{B}}}$$

avec E_{A} et E_{B} les effusivités des matériaux A et B en contact thermique et T_{A} et T_{B} leurs températures respectives initiales en kelvin.

Dans le cas du contact silicone-bois, les températures initiales sont : $\theta_{i\ \text{silicone}} = 34{,}1$ °C et $\theta_{i\ \text{bois}} = 19{,}6$ °C, la température de contact mesurée entre le silicone et le bois notée $\theta_{\text{mesure.SB}}$ s'établit au bout de quelques secondes à $\theta_{\text{mesure.SB}} = 28{,}3$ °C.

Q.9. Exprimer la valeur de $T_{\text{mesure.SB}}$ en kelvin.

Q.10. Calculer la valeur de la température de contact théorique notée $T_{\text{calcul.SB}}$ entre la poche de silicone et le bois.

Dans le cas du contact silicone-carrelage, on trouve expérimentalement $T_{\text{mesure.SC}} = 297{,}2$ K et on calcule $T_{\text{calcul.SC}} = 297{,}4$ K.

Q.11. Comparer les valeurs des températures de contact mesurées $T_{\text{mesure.SB}}$ et $T_{\text{mesure.SC}}$ avec celles des températures de contact calculées $T_{\text{calcul.SB}}$ et $T_{\text{calcul.SC}}$ et conclure.

Q.12. Expliquer les raisons de la sensation décrite dans le titre de l'exercice.

3. Transfert conducto-convectif

On étudie le refroidissement à l'intérieur du pied.
Pour cela, on immerge la poche de silicone, transpercée jusqu'à son centre par un thermomètre relié à une interface d'acquisition, dans un mélange eau liquide/glace constituant ainsi un thermostat à 0 °C.
Le suivi de la température dure trois heures, les mesures sont faites toutes les 7,2 secondes.

Q.13. Préciser quel transfert thermique supplémentaire, lié à la présence d'eau liquide, apparaît dans le thermostat eau liquide/glace par rapport aux matériaux solides utilisés précédemment.

Le flux thermique entre la poche de silicone et le thermostat, dans le cas d'un transfert conducto-convectif, est donné par la loi de Newton, il s'écrit :

$$\phi = h_{\text{eau-silicone}} \times S \times (\theta_T - \theta), \text{ avec}$$

- $h_{\text{eau-silicone}}$: coefficient de transfert conducto-convectif entre l'eau et le silicone ; plus le coefficient de transfert conducto-convectif est grand plus le flux sera important ;
- S : surface de contact entre poche en silicone et le thermostat ;
- θ : température du silicone dans la poche et θ_T la température du thermostat.

Q.14. Donner l'expression du transfert thermique Q en fonction du flux thermique ϕ pendant une durée très petite Δt.

Q.15. Montrer, par application du premier principe de la thermodynamique appliqué au silicone, que les variations de la température du silicone à l'intérieur de la poche peuvent être décrites par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau} \times \theta = \frac{1}{\tau} \times \theta_T$$

avec τ le temps caractéristique de transfert tel que : $\tau = \dfrac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} \times S}$

La solution donnant l'évolution de la température en fonction du temps a pour forme :

$$\theta(t) = (\theta(0) - \theta_T)e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_T$$

Q.16. Comparer les deux courbes obtenues **en annexe à rendre avec la copie** et commenter.

Q.17. Déterminer la valeur du temps caractéristique τ par construction graphique à réaliser sur **l'annexe à rendre avec la copie**.

Q.18. Calculer la valeur de $h_{\text{eau-silicone}}$ sachant que la poche utilisée a une capacité thermique $C_{\text{silicone}} = 179\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}$ et une surface totale immergée $S = 0{,}0172\ \text{m}^2$.

Le coefficient conducto-convectif entre l'air et le silicone vaut $h_{\text{air-silicone}} = 3{,}51\ \text{J}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$.

Q.19. Comparer les valeurs des deux coefficients conducto-convectifs et indiquer le fluide dans lequel le pied se refroidit le plus vite.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 1 : Document 1

