Bac 2026 Asie Pacifique Jour 2 https://www.labolycee.org

Exercice 1 – Jeu d'évasion (11 points)

Partie 1 – Cible à atteindre

Q1- Exprimer les coordonnées du vecteur accélération du centre de masse M du projectile en appliquant la deuxième loi de Newton.

Système {projectile} de masse *m* et de centre de masse M.
Référentiel terrestre supposé galiléen.
Repère d'étude (Oxz).
Dans le cas d'une chute libre, le projectile n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{P} = m \cdot \vec{a}$ soit $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$.

En projection selon les axes Ox et Oz du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur $\vec{g}$ indiqué sur le schéma il vient :

$$\vec{a}(t)\begin{cases} a_x(t) = g_x = 0 \\ a_z(t) = g_z = -g \end{cases}$$

Q2- Montrer que les équations horaires de son mouvement sont :

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ z(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + H \end{pmatrix}$$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt}$ et $a_z(t) = \frac{dv_z(t)}{dt}$

Ainsi en primitivant on obtient $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_z(t) = -g.t + Cte_2 \end{cases}$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

Coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$: $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0.\cos(\alpha) \\ v_{0z} = v_0.\sin(\alpha) \end{cases}$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0)$ on a :

$v_0.\cos(\alpha) = Cte_1$
$v_0.\sin(\alpha) = 0 + Cte_2$

Finalement : $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = v_0.\cos(\alpha) \\ v_z(t) = -g.t + v_0.\sin(\alpha) \end{cases}$

À chaque instant $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ donc $v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ et $v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt}$

En primitivant on obtient $\overrightarrow{OM}(t)\begin{cases} x(t) = v_0.\cos(\alpha).t + Cte_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin(\alpha).t + Cte_4 \end{cases}$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le projectile est au point M_0 de coordonnées $(x(0) = 0; z(0) = H)$ donc :

$0 + Cte_3 = 0$
$0 + 0 + Cte_4 = H$

Finalement, on obtient les équations horaires $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = v_0.\cos(\alpha).t \\ z(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin(\alpha).t + H \end{cases}$

Q3. En déduire que l'équation de la trajectoire du centre de masse M peut s'écrire :

$$z(x) = -\frac{g}{2.v_0^2.\cos^2(\alpha)}.x^2 + x.\tan(\alpha) + H$$

$$t = \frac{x(t)}{v_0.\cos(\alpha)}$$

$$z(x) = -\frac{1}{2}.g.\left(\frac{x}{v_0.\cos(\alpha)}\right)^2 + v_0.\sin(\alpha).\frac{x}{v_0.\cos(\alpha)} + H$$

$$z(x) = -\frac{g}{2.v_0^2.\cos^2(\alpha)}.x^2 + x.\tan(\alpha) + H$$

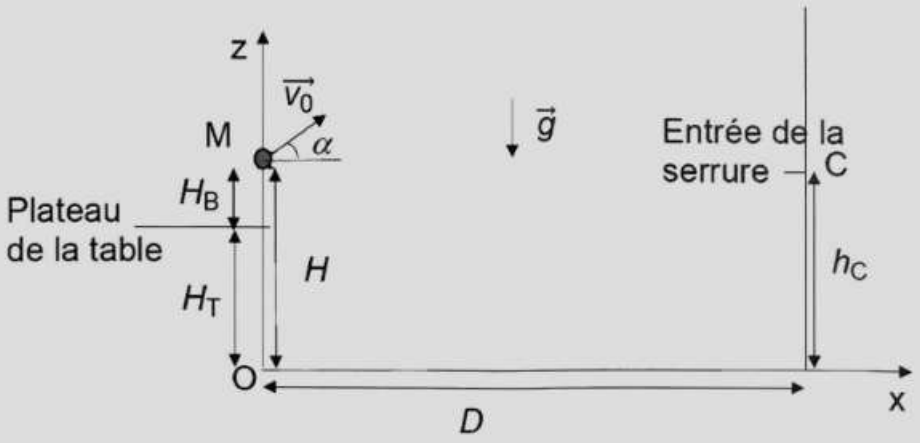


Figure 2 : Schéma détaillé de la situation

La serrure se débloque si le centre de masse M du projectile passe par le centre C de l'entrée de la serrure.

Q4- Déterminer et calculer la valeur de la hauteur H_T de la table à régler pour débloquer la serrure.

Pour répondre à cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Données :

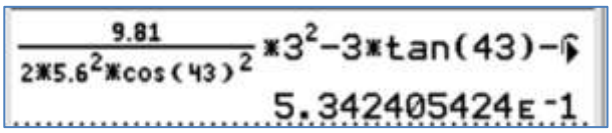
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ m{\cdot}s^{-2}$
- Masse du projectile : $m = 100$ g
- Angle d'inclinaison fixe du canon par rapport à l'horizontale : $\alpha = 43{,}0°$
- Valeur de la vitesse initiale du projectile : $v_0 = 5{,}60\ m{\cdot}s^{-1}$
- Distance entre la table et la serrure : $D = 3{,}00$ m
- Hauteur entre la sortie du canon et le dessus de la table : $H_B = 30{,}0$ cm
- Hauteur entre le sol et l'entrée de la serrure : $h_C = 1{,}00$ m
- Hauteur de la table : H_T
- Hauteur entre la sortie du canon et le sol : $H = H_T + H_B$

Pour $x = D$, il faut que $z = h_C$ et on a $H = H_B + H_T$

$$z(D) = -\frac{g}{2.v_0^2.\cos^2(\alpha)}.D^2 + D.\tan(\alpha) + H_B + H_T = h_C$$

On isole H_T.

$$H_T = \frac{g}{2.v_0^2.\cos^2(\alpha)}.D^2 - D.\tan(\alpha) - H_B + h_C$$



$$H_T = \frac{9{,}81}{2\times 5{,}60^2\times\cos^2(43)}\times 3{,}00^2 - 3{,}00\times\tan(43) - 0{,}300 + 1{,}00 = 0{,}53\ \text{m} = 53\ \text{cm}$$

Attention calculatrice en degrés.

Partie 2- Résistance à régler

Pour obtenir un indice nécessaire à la poursuite du jeu, les joueurs doivent ouvrir un coffre- fort. Ce dernier ne s'ouvre que si l'aiguille d'une horloge initialement mise à 0 s'arrête sur la graduation 14 s du cadran.

La durée de rotation de l'aiguille est commandée par un circuit électrique dont le schéma est donné sur la figure 3 ci-après. L'objectif pour les participants est de déterminer la valeur *R* du conducteur ohmique pour que l'aiguille se déplace pendant exactement 14 s. Ils choisissent *R* grâce à une résistance variable. Tout échec réinitialise l'horloge à la position 0.

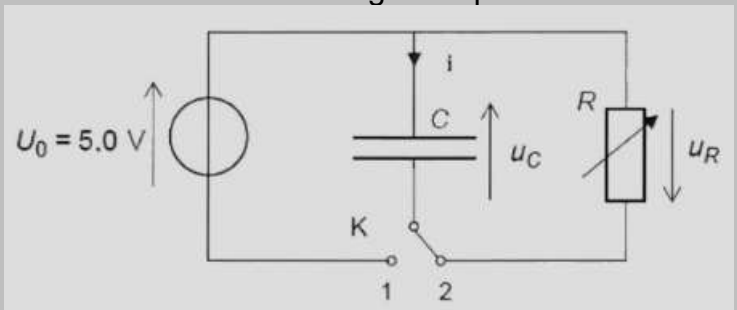


Figure 3 : Schéma du circuit électrique

Le condensateur est initialement chargé : sa tension vaut U_o = 5,0 V. À t = 0 s, on bascule l'interrupteur K de la position 1 à la position 2 : le condensateur de capacité C = 47 µF se décharge au travers d'un conducteur ohmique de résistance R de valeur ajustable.

La rotation de l'aiguille débute lorsque u_c = 4,0 V et s'arrête lorsque u_c = 1,0 V.

Q5- Montrer que l'équation différentielle modélisant l'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur lors de sa décharge s'écrit :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot u_C = 0$$

où τ est une constante de temps dont on donnera l'expression en fonction de *R* et de *C*.

D'après la loi des mailles : $0 = u_R + u_C$ *Citer les lois utilisées.*

D'après la loi d'Ohm $u_R = R.i$.

$0 = R.i + u_C$

Par définition $i = \frac{dq}{dt}$, or $q = C.u_C$ avec C constante ainsi $i = C.\frac{du_C}{dt}$.

$0 = R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C$

On divise par $R.C$.

$0 = \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C$

Par analogie avec $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot u_C = 0$, on obtient $R.C = \tau$.

Q6- Vérifier que cette équation différentielle admet une solution de la forme : $u_C(t) = A \cdot exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ où *A* est une constante dont on donnera l'expression en fonction des paramètres du circuit électrique.

Méthode 1 : Si $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle alors on doit vérifier l'égalité $0 = \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}.u_C$.

Exprimons $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}.u_C = -\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}.A.e^{-\frac{t}{\tau}}$

On constate qu'effectivement $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}.u_C = 0$, la solution proposée convient.

La solution proposée donne à la date $t = 0$, $u_C(t=0) = A.e^{-\frac{0}{\tau}} = A$.
Or à la date $t = 0$ s, le condensateur est chargé et $u_C(0) = U_0$.
Donc $A = U_0$.

La solution est $u_C(t) = U_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Méthode 2 : $0 = \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}.u_C(t)$ s'écrit $\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}.u_C(t)$ soit de la forme $y' = a.y$ qui admet pour solution $y = A.e^{ax}$, soit $u_C(t) = A.e^{-\frac{1}{\tau}.t}$.
On détermine A avec les conditions initiales, à $t = 0$ s le condensateur est chargé alors $u_C(t) = U_0$.
$u_C(0) = A.e^{-\frac{1}{\tau}\times 0} = U_0$ donc $A = U_0$. La solution est bien $u_C(t) = U_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$.

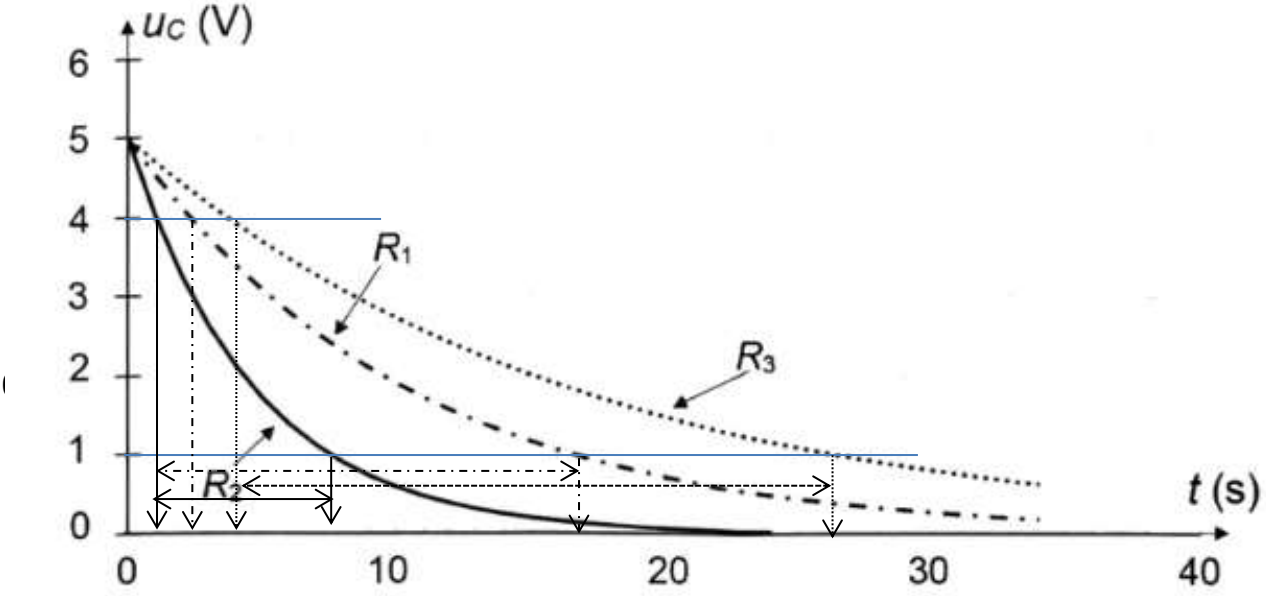


Figure 4 : Courbes de décharge du condensateur de capacité C = 47 µF

Q7- Déterminer laquelle des trois courbes de décharge (annotées R_1, R_2, R_3) correspond à la durée correcte de commande de rotation de l'aiguille pour ouvrir le coffre.
La démarche sera présentée sur la figure de l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE.
La rotation de l'aiguille débute lorsque u_C = 4,0 V et s'arrête lorsque u_C = 1,0 V, et il doit s'écouler 14 s entre ces deux valeurs de u_C.
On élimine R_2 qui donne une durée trop courte et R_3 qui donne une durée trop longue.
On retient donc la courbe de R_1.

Q8- Déduire de la courbe choisie la valeur correspondante de la constante de temps de décharge τ.

La démarche sera présentée sur la figure de l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE.

Pour $t = \tau$, $u_C(\tau) = 0{,}37 \cdot U_0$

$u_C(\tau) = 0{,}37 \times 5{,}0 = 1{,}85$ V.

Sur la courbe de R_1, on lit l'abscisse du point d'ordonnée $u_C = 1{,}85$ V.

On trouve $\tau = 10$ s.

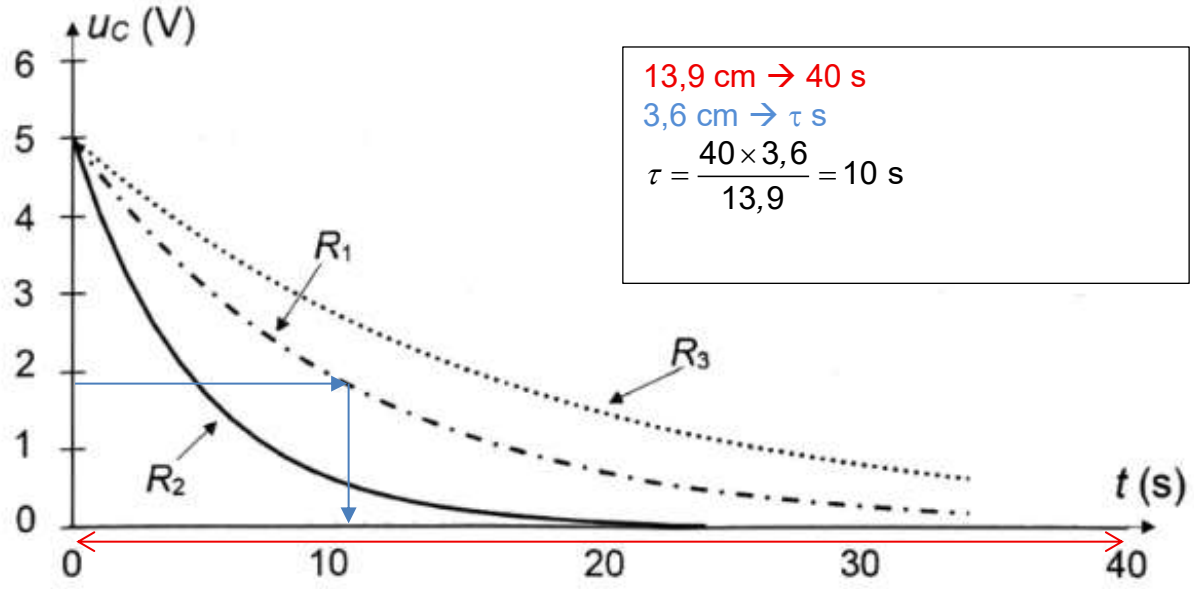


Figure 4 : Courbes de décharge du condensateur de capacité $C = 47$ µF

Q9- Calculer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique que les joueurs doivent choisir pour ouvrir le coffre.

$\tau = R \cdot C$

Donc $R = \dfrac{\tau}{C}$

$$R = \frac{10}{47 \times 10^{-6}} = 2{,}1 \times 10^5 \Omega$$

Partie 3 - Cellules à éclairer

Cinq cellules photosensibles se trouvent dans le fond d'une boîte noire dans laquelle un laser rouge se propage. Le rayon lumineux y pénètre en traversant deux petites fentes d'écartement *b* réglable une fois que l'obturateur coulissant est retiré (figure 5). Une alternance de zones sombres et lumineuses apparaît sur le fond de la boîte (figure 6). Une clé sera délivrée lorsque le centre de chaque cellule photosensible recevra la lumière du laser.

Q10- Nommer le phénomène physique responsable de l'existence de l'alternance des zones sombres et lumineuses sur le fond de la boîte.

Il s'agit du phénomène d'interférences.

Q11- Définir une interfrange *i*.

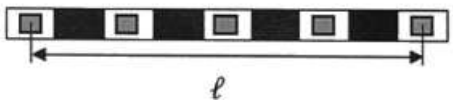
L'interfrange est la plus petite distance entre deux franges sombres ou entre deux franges lumineuses.

Q12- Déterminer la valeur de l'écartement *b* des fentes à régler pour délivrer la clé.

Pour répondre à cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Données :

- Valeur de la longueur d'onde du laser : λ = 650 nm
- Distance entre les fentes et les cellules photosensibles : D = 30 cm
- Distance entre le centre de la première cellule et celui de la cinquième : ℓ = 2,0 cm
- Expression de l'interfrange $i = \frac{\lambda \cdot D}{b}$



$\ell = 4\,i$ donc il faut que $i = \frac{\ell}{4}$ or $i = \frac{\lambda \cdot D}{b}$ donc $\frac{\ell}{4} = \frac{\lambda \cdot D}{b}$ soit $b = \frac{4\lambda \cdot D}{\ell}$

$$b = \frac{4 \times 650 \times 10^{-9} \times 0{,}30}{2{,}0 \times 10^{-2}} = 3{,}9 \times 10^{-5}\text{m} = 39\ \mu\text{m}$$

Cette valeur semble assez faible et donc difficile à régler. La clé sera bien méritée.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org.