Bac 2026 Centres étrangers 1 Jour 2 **Correction © https://www.labolycee.org**
Spécialité physique chimie

Exercice 1 : Cyclotron Arronax (11 points)

1. Le fonctionnement d'un cyclotron

Un cyclotron est un accélérateur de particules, inventé par M. Lawrence en 1931.
Il est composé de deux cavités métalliques en forme de demi-cylindres éloignées d'une distance notée *d*. Un canon permet de produire les particules chargées introduites dans le dispositif.

Entre les deux cavités, une tension alternative *U* est appliquée. Elle crée un champ électrique $\vec{E}$
Les particules utilisées sont des ions H^- obtenus à partir d'atomes d'hydrogène. Ils sont donc soumis, entre les deux cavités à une force électrique $\vec{F_e}$ qui les accélère.

À l'intérieur des deux cavités, un champ magnétique impose un mouvement circulaire uniforme aux particules présentes.
Au bout d'un certain nombre de tours, les ions H^- passent au travers d'un extracteur qui leur enlève leurs deux électrons. À la sortie, les protons H^+ formés sont dirigés vers une cible, pour produire les radioisotopes.

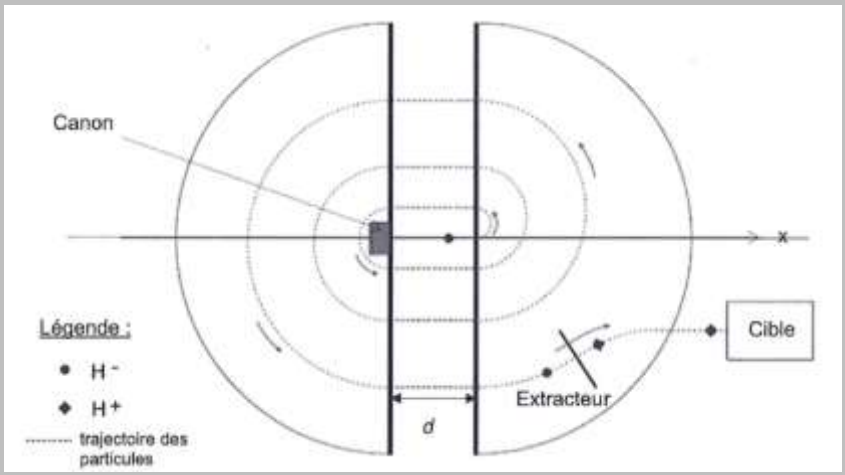


Figure 1 — Schéma simplifié d'un cyclotron

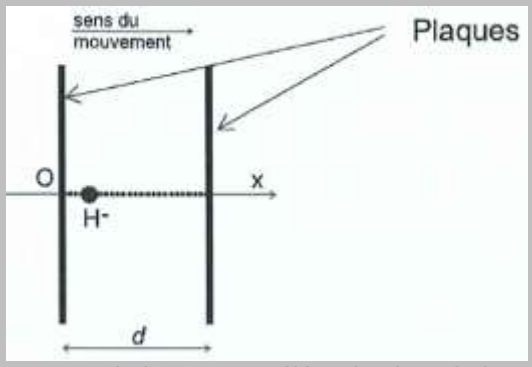


Figure 2 — Agrandissement de la zone accélératrice lors de la sortie de H^- du canon

Le mouvement de l'ion H^- entre les plaques est étudié dans un référentiel supposé galiléen, associé à l'axe (Ox). L'ion H^- est émis au point O sans vitesse initiale.

Données :
- Masse de l'ion H^- : $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ;
- Charge de l'ion H^- : $q = -e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ;
- Distance entre les plaques : $d = 5{,}0$ mm ;
- Tension appliquée entre les plaques : $U = 65$ kV ;
- Valeur du champ électrique : $E = \dfrac{U}{d}$;
- 1 eV = $1{,}60 \times 10^{-19}$ J ;
- Intensité du champ de pesanteur $g = 9{,}81$ N·kg^{-1}.

Q1. Montrer que la valeur de la norme du poids de l'ion H^- est négligeable devant la valeur de la norme de la force électrique $\vec{F_e}$ qui s'applique sur l'ion.

Norme du poids : $P = m \cdot g$.

Norme de la force électrique : $F_e = |q| \cdot E = e \cdot \dfrac{U}{d}$.

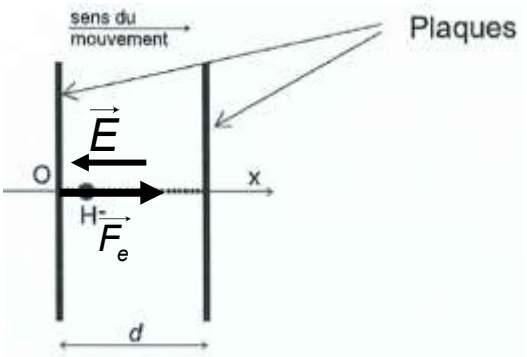
$$\frac{1.6\times10^{-19}\times65\times10^{3}}{5\times10^{-3}\times1.67\times10^{-27}\times9.81} \quad 1.26963199\times10^{14}$$

Calculons le rapport : $\dfrac{F_e}{P} = \dfrac{e \cdot U}{d \cdot m \cdot g}$ soit $\dfrac{F_e}{P} = \dfrac{1{,}6\times10^{-19}\times65\times10^{3}}{5{,}0\times10^{-3}\times1{,}67\times10^{-27}\times9{,}81} = 1{,}3\times10^{14}$.

La force électrique est environ 10^{14} fois plus grande que le poids.
Le poids de l'ion est donc négligeable devant la force électrique.

Q2. Reproduire, sur la copie, la figure 2. Compléter ce schéma en faisant apparaitre, sans soucis d'échelle, la force électrique $\vec{F_e}$ qui s'applique sur l'ion H^- et le champ électrique $\vec{E}$ présent dans tout l'espace entre les plaques.

On a $\vec{F_e} = q \cdot \vec{E}$ avec $q = -e < 0$ donc $\vec{F_e}$ et $\vec{E}$ sont de sens opposés.
Par ailleurs, le schéma montre que le sens du mouvement de l'ion H^- est orienté vers la droite. Donc, pour accélérer l'ion H^- entre les deux plaques, la force électrique $\vec{F_e}$ doit être orientée vers la droite et le champ électrique $\vec{E}$ doit être orienté vers la gauche.



Q3. Exprimer l'accélération a_x de l'ion H^- dans la zone accélératrice en fonction de *e*, *U*, *d* et *m*, en utilisant la deuxième loi de Newton.

On applique la deuxième loi de Newton au système {ion H^-}, de masse m et de charge $q = -e$ constantes dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
On utilise le repère $\left(O;\vec{i}\right)$ d'axe Ox orienté vers la droite.

Le poids de l'ion étant négligeable devant la force électrique, on a :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F_e} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow -e \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{-e}{m} \cdot \vec{E}$$

Or $\vec{E} = -E\vec{i}$ avec $E = \dfrac{U}{d}$, on peut donc écrire : $\Leftrightarrow \vec{a} = \left(\dfrac{-e}{m}\right) \cdot \left(-\dfrac{U}{d} \cdot \vec{i}\right) \Leftrightarrow \vec{a} = \dfrac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot \vec{i}$

En projection suivant l'axe Ox, il vient : $\boxed{a_x = \dfrac{e \cdot U}{m \cdot d}}$.

Q4. Montrer alors que la vitesse et la position de l'ion H^- lors du passage dans la zone accélératrice, sur l'axe *x*, peuvent s'écrire :

$$v_X(t) = \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \times t$$

$$x(t) = \frac{1}{2} \times \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \times t^2$$

On a : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$. En projection sur l'axe Ox il vient : $a_x = \dfrac{dv_X}{dt} = \dfrac{e \cdot U}{m \cdot d}$.

En primitivant : $v_X(t) = \dfrac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot t + Cte1$.

L'ion H^- est émis au point O sans vitesse initiale ainsi : $v_X(0) = 0 + Cte1 = 0$ donc Cte1 = 0.

Finalement : $\boxed{v_X(t) = \dfrac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot t}$

On a : $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$. En projection sur l'axe Ox il vient : $v_X = \frac{dx}{dt} = \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot t$.

En primitivant : $x(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot t^2 + Cte2$.

L'ion H^- est émis au point O ainsi : $x\ (0) = 0 + Cte2 = 0$ donc Cte2 = 0.

Finalement : $\boxed{x(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot t^2}$

Q5. Calculer la valeur de la vitesse v_{sortie} de l'ion H^- après le premier passage dans la zone accélératrice lorsque $x(t) = d$.

Soit t_S la date pour laquelle l'ion a parcouru la distance d.

On a $x(t_S) = d$ soit : $x(t_S) = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot t_S^2 = d \Leftrightarrow t_S^2 = \frac{2m \cdot d^2}{e \cdot U}$.

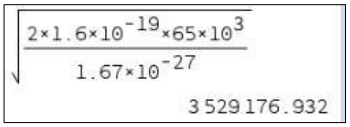
En ne conservant que la solution positive : $t_S = \sqrt{\frac{2m \cdot d^2}{e \cdot U}}$ soit $t_S = d \cdot \sqrt{\frac{2m}{e \cdot U}}$.

On reporte l'expression de t_S dans celle de $v_X(t)$ pour calculer v_{sortie} :

$v_{sortie} = v_X(t_S) = \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot t_S \Leftrightarrow v_{sortie} = \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot d \cdot \sqrt{\frac{2m}{e \cdot U}} = \sqrt{\frac{(e \cdot U)^2 \cdot 2m}{m^2 \cdot e \cdot U}}$ finalement : $\boxed{v_{sortie} = \sqrt{\frac{2e \cdot U}{m}}}$.

$v_{sortie} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 65 \times 10^3}{1{,}67 \times 10^{-27}}}$ = **3,5 ×10⁶ m·s⁻¹**

($v_{sortie} < c = 3{,}00 \times 10^8$ m·s⁻¹).



Q6. Vérifier que l'énergie cinétique de l'ion H^- à la sortie de la zone accélératrice vaut E_C = 1,0 × 10⁻¹⁴ J.

$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{sortie}^2$

soit $E_C = \frac{1}{2} \times 1{,}67 \times 10^{-27} \times \left(3{,}529... \times 10^6\right)^2$ J = 1,04×10⁻¹⁴ J ≈ **1,0×10⁻¹⁴ J.**

À chaque passage entre les plaques, les particules gagnent une énergie cinétique égale à E_C = 1,0 × 10⁻¹⁴ J. Par contre, les particules n'acquièrent pas d'énergie cinétique dans les cavités. En sortie du cyclotron, les particules possèdent une énergie cinétique de 70 MeV.

Q7. Calculer le nombre de tours complets que les particules ont effectués avant la sortie du cyclotron.

Pour cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

L'énergie cinétique en sortie du cyclotron est :

$E_{C,S}$ = 70 MeV = 70×10⁶ eV = 70×10⁶×1,60×10⁻¹⁹ J.

À chaque passage entre les plaques, l'ion gagne une énergie cinétique E_C = 1,0 × 10⁻¹⁴ J.

Le nombre de passages de l'ion entre les plaques est donc : $N_{plaques} = \frac{E_{C,S}}{E_C}$.

Mais, lors **d'un tour complet** dans le cyclotron, il y a **deux passages** dans la zone accélératrice.

Le nombre de tours N_{tours} dans le cyclotron est alors : $N_{tours} = \frac{N_{plaques}}{2} = \frac{E_{C,S}}{2E_C}$.

$N_{tours} = \frac{70 \times 10^6 \times 1{,}60 \times 10^{-19} J}{2 \times 1{,}0 \times 10^{-14} J}$ = **560 tours.**

2. La production de radioisotope et la scintigraphie

Données :

- Informations sur quelques éléments chimiques :

Nom de l'élément	Oxygène	Fluor
Symbole	O	F
Numéro atomique	8	9

- L'énergie d'un photon est liée à la longueur d'onde du rayonnement émis par la relation :

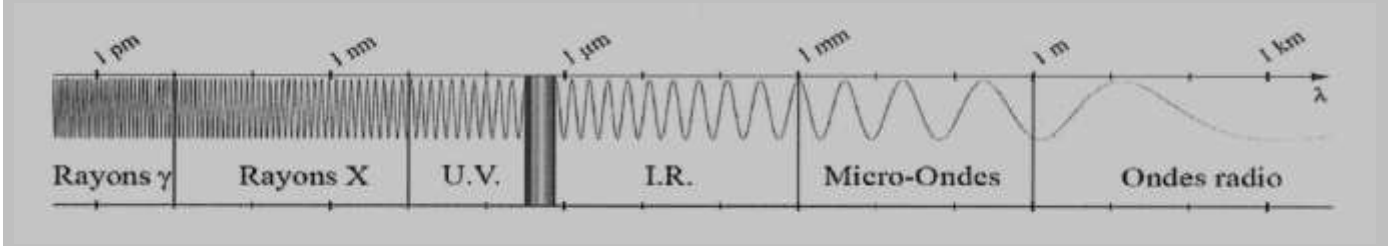
$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

avec : *h*, la constante de Planck : h = 6,63 x 10^{-34} J·s ;

λ, la longueur d'onde du rayonnement ;

c, la célérité des ondes électromagnétiques dans l'air et dans le vide, supposée connue.

- 1 eV = 1,60 × 10^{-19} J ;
- Domaines des ondes électromagnétiques :



D'après Wikiversity

Les protons accélérés par le cyclotron permettent la production de radioisotopes comme le fluor 18. Le fluor 18 radioactif entre dans la composition du fluorodésoxyglucose (FDG), un traceur radioactif qui s'accumule dans les zones cancéreuses. La désintégration de ce traceur émet des photons. Ceux-ci sont captés et analysés grâce à une gamma-caméra, placée autour de la zone à étudier.

La scintigraphie est réalisée dans un service hospitalier de médecine nucléaire, lors d'un examen en plusieurs étapes :

- injection dans une veine d'une petite quantité du traceur radioactif ;
- attente d'environ 1 h pour la diffusion et la fixation du traceur dans l'organisme ;
- enregistrement et production de clichés de l'organe à étudier puis analyse de ces clichés. Cette étape dure environ 30 minutes ;
- sortie du patient de l'hôpital 2 h après le début de l'examen.



arronax-nantes.fr/production-des-radionucleides

Pour former le fluor 18, les protons H^+ (dont la représentation symbolique est ${}^{1}_{1}H$) accélérés par le cyclotron bombardent une cible riche en oxygène 18. Lors de cette réaction, un neutron (noté ${}^{1}_{0}n$) est également produit.

Q8. Écrire l'équation de la réaction nucléaire conduisant à la formation du fluor 18.

${}^{1}_{1}H + {}^{18}_{8}O \rightarrow {}^{18}_{9}F + {}^{1}_{0}n$

Le fluor 18 contenu dans le traceur radioactif se désintègre par radioactivité β^+.

Q9. Donner le nom et le symbole de la particule émise lors d'une désintégration radioactive β^+. Écrire l'équation de la transformation nucléaire qui correspond à cette désintégration.

Lors d'une désintégration β^+ la particule émise est un positon (ou positron) de symbole : ${}^{0}_{1}e$.

${}^{18}_{9}F \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{1}e$

En appliquant les lois de conservation de Soddy :
Conservation du nombre de masse : 18 = A + 0 donc **A = 18**.
Conservation du nombre de charge : 9 = Z + 1 donc **Z = 8**.
Finalement : ${}^{18}_{9}F \rightarrow {}^{18}_{8}O + {}^{0}_{1}e$

Cette désintégration est accompagnée de l'émission de photons dont l'énergie moyenne est de 511 keV.

Q10. Calculer la longueur d'onde correspondant à l'énergie moyenne transportée par le photon. Justifier alors l'utilisation d'une gamma-caméra pour analyser ce rayonnement.

$E = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} \Leftrightarrow \boxed{\lambda = \dfrac{h \cdot c}{E}}$ soit $\lambda = \dfrac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{511 \times 10^{3} \times 1{,}60 \times 10^{-19}} m$ = **$2{,}43 \times 10^{-12}$ m = 2,43 pm.**

D'après le diagramme des domaines des ondes électromagnétiques, cette longueur d'onde correspond aux rayons gamma γ. C'est la raison pour laquelle on doit utiliser une gamma-caméra pour analyser ce rayonnement.

Pour la suite, on note N_0 le nombre de noyaux de fluor 18 contenu dans le traceur à l'instant t = 0 s, correspondant au moment de l'injection et on note $N(t)$, le nombre de noyaux de fluor 18 présent dans le corps du patient à la date t.
L'équation différentielle donnant le nombre de noyaux $N(t)$ en fonction du temps est de la forme :

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \times N(t)$$ avec λ constante de radioactivité.

Q11. Montrer que l'expression $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$ est bien solution de l'équation différentielle précédente.

Calculons : $\dfrac{dN}{dt} = \dfrac{d\left(N_0 \times e^{-\lambda t}\right)}{dt} = N_0 \times \dfrac{d\left(e^{-\lambda t}\right)}{dt} = N_0 \times (-\lambda) e^{-\lambda t} = -\lambda \times N_0 \times e^{-\lambda t} = -\lambda N(t)$

On retrouve bien l'équation différentielle : $\dfrac{dN}{dt} = -\lambda \times N(t)$.

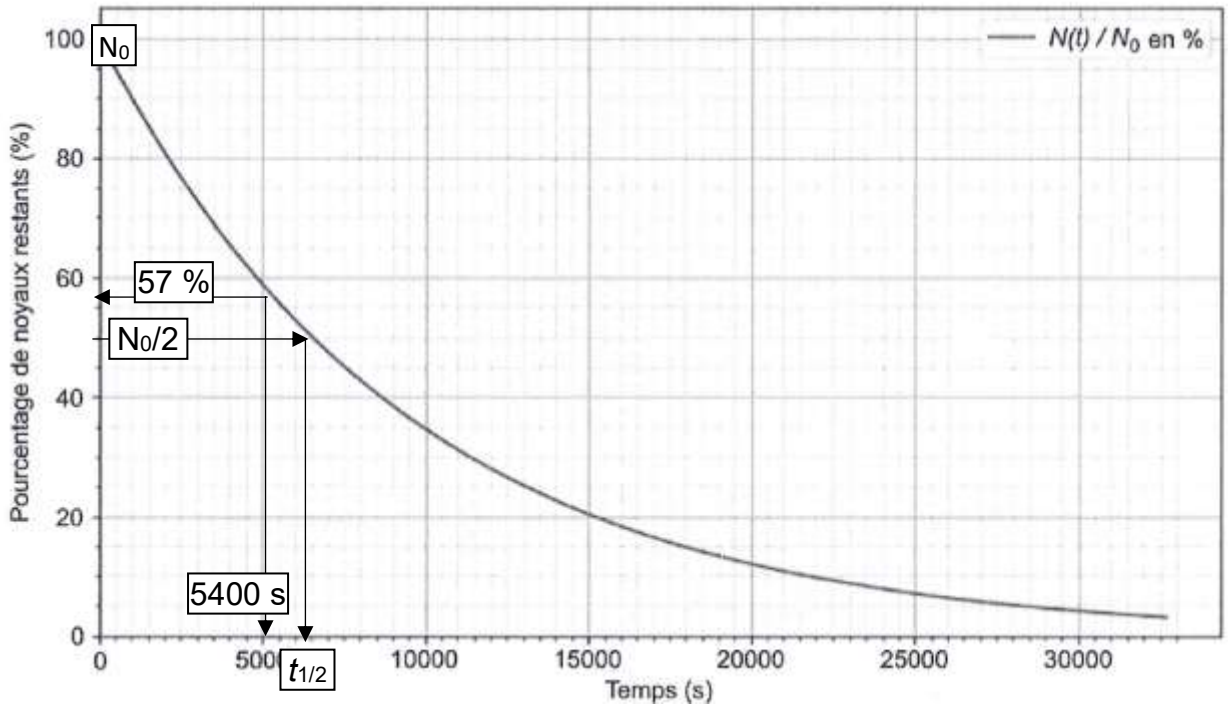
L'expression $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$ est bien solution de l'équation différentielle.

La représentation graphique ci-dessous est la modélisation du pourcentage de noyaux restants ($N(t)/N_0$) au cours du temps.

La relation entre la constante radioactive la et le temps de demi-vie est : $t_{1/2} = \dfrac{\ln(2)}{\lambda}$.

Q12. Définir puis déterminer graphiquement la valeur du temps de demi-vie $t_{1/2}$ du fluor 18.

Le temps de demi-vie est la durée pour laquelle le nombre initial de noyaux radioactifs d'une population a été divisé par deux soit : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.



Graphiquement on lit : $t_{1/2} \approx$ **6500 s.**

Q13. Calculer la valeur de la constante radioactive λ correspondant au fluor 18.

$t_{1/2} = \dfrac{\ln(2)}{\lambda} \Leftrightarrow \boxed{\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}}$ soit $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{6500s}$ = **1,066×10^{-4} s^{-1}.**

Q14. Déterminer le pourcentage de traceur radioactif restant dans le corps du patient après l'analyse des clichés.

Entre l'injection du radiotraceur et l'analyse des clichés il s'est écoulé 1 h 30 min (1 h + 30 min) soit 90 min = 90×60 s = **5400 s**.

Graphiquement, pour t = 5400 s, on lit un pourcentage de radiotraceur restant égal à **57 %**.

Q15. Calculer la valeur de la durée nécessaire pour qu'il reste moins de 1 % de traceur radioactif dans le corps du patient. Commenter cette valeur.

On cherche la durée t telle que : $N(t) < \dfrac{1}{100} \times N_0 \Leftrightarrow \dfrac{N(t)}{N_0} < 0{,}01$.

D'où : $e^{-\lambda t} < 0{,}01 \Leftrightarrow \ln\left(e^{-\lambda t}\right) < \ln(0{,}01) \Leftrightarrow -\lambda \cdot t < \ln(0{,}01) \Leftrightarrow \boxed{t > -\dfrac{\ln(0{,}01)}{\lambda}}$

$t > -\dfrac{\ln(0{,}01)}{\dfrac{\ln(2)}{6500s}}$ = **4,3×10^4 s ≈ 12 h.**



Cette durée est relativement courte. Le traceur radiotraceur ne reste qu'une demi-journée dans l'organisme ce qui limite les risques liés à l'irradiation du patient et de ses proches.

Merci de nous signaler la présence d'erreurs à labolycee@labolycee.org