Exercice 1 : Le cyclotron Arronax (11 points)

Mis en service en 2008 à Nantes, l'accélérateur de particules Arronax est un cyclotron.

Il permet de produire des radioisotopes utilisés dans les traitements médicaux et pour la recherche en médecine nucléaire.



D'après *chu-nantes.fr/le-cyclotron-arronax*

L'objectif de cet exercice est d'étudier le fonctionnement général d'un cyclotron pour permettre la production de radioisotopes puis d'étudier leur utilisation lors d'une scintigraphie.

1. Le fonctionnement d'un cyclotron

Un cyclotron est un accélérateur de particules, inventé par M. Lawrence en 1931.

Il est composé de deux cavités métalliques en forme de demi-cylindres éloignées d'une distance notée *d*. Un canon permet de produire les particules chargées introduites dans le dispositif.

Entre les deux cavités, une tension alternative *U* est appliquée. Elle crée un champ électrique $\vec{E}$. Les particules utilisées sont des ions H^- obtenus à partir d'atomes d'hydrogène. Ils sont donc soumis, entre les deux cavités à une force électrique $\vec{F_e}$ qui les accélère.

À l'intérieur des deux cavités, un champ magnétique impose un mouvement circulaire uniforme aux particules présentes.

Au bout d'un certain nombre de tours, les ions H^- passent au travers d'un extracteur qui leur enlève leurs deux électrons. À la sortie, les protons H^+ formés sont dirigés vers une cible, pour produire les radioisotopes.

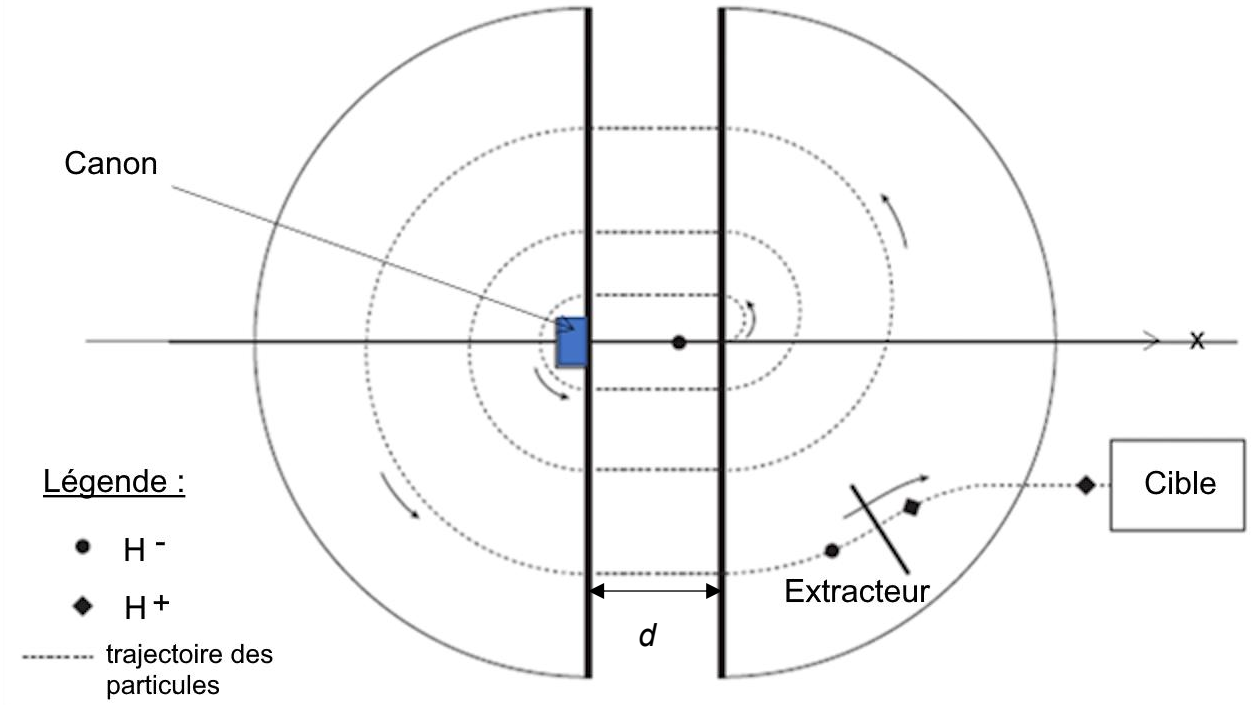


Figure 1 – Schéma simplifié d'un cyclotron

Exercice 1

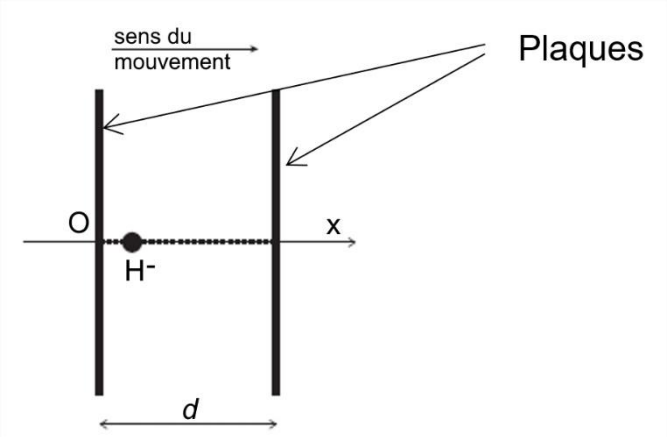


Figure 2 – Agrandissement de la zone accélératrice lors de la sortie de H^- du canon

Le mouvement de l'ion H^- entre les plaques est étudié dans un référentiel supposé galiléen, associé à l'axe (Ox). L'ion H^- est émis au point O sans vitesse initiale.

Données :

- Masse de l'ion H^- : $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ;
- Charge de l'ion H^- : $q = -e = -1{,}6 \times 10^{-19}$ C ;
- Distance entre les plaques : $d = 5{,}0$ mm ;
- Tension appliquée entre les plaques : $U = 65$ kV ;
- Valeur du champ électrique : $E = \frac{U}{d}$;
- 1 eV = $1{,}60 \times 10^{-19}$ J ;
- Intensité du champ de pesanteur $g = 9{,}81$ N·kg^{-1}.

Q.1. Montrer que la valeur de la norme du poids de l'ion H^- est négligeable devant la valeur de la norme de la force électrique $\overrightarrow{F_e}$ qui s'applique sur l'ion.

Q.2. Reproduire, sur la copie, la figure 2. Compléter ce schéma en faisant apparaitre, sans soucis d'échelle, la force électrique $\overrightarrow{F_e}$ qui s'applique sur l'ion H^- et le champ électrique $\vec{E}$ présent dans tout l'espace entre les plaques.

Q.3. Exprimer l'accélération a_x de l'ion H^- dans la zone accélératrice en fonction de e, U, d et m, en utilisant la deuxième loi de Newton.

Q.4. Montrer alors que la vitesse et la position de l'ion H^- lors du passage dans la zone accélératrice, sur l'axe x, peuvent s'écrire :

$$v_x(t) = \frac{e.U}{m.d} \times t$$

$$x(t) = \frac{1}{2} \times \frac{e.U}{m.d} \times t^2$$

Q.5. Calculer la valeur de la vitesse v_{sortie} de l'ion H^- après le premier passage dans la zone accélératrice lorsque $x(t) = d$.

Q.6. Vérifier que l'énergie cinétique de l'ion H^- à la sortie de la zone accélératrice vaut $E_C = 1{,}0 \times 10^{-14}$ J.

À chaque passage entre les plaques, les particules gagnent une énergie cinétique égale à $1{,}0 \times 10^{-14}$ J. Par contre, les particules n'acquièrent pas d'énergie cinétique dans les cavités.

En sortie du cyclotron, les particules possèdent une énergie cinétique de 70 MeV.

Q.7. Calculer le nombre de tours complets que les particules ont effectués avant la sortie du cyclotron.

Pour cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

2. La production de radioisotope et la scintigraphie

Données :

- Informations sur quelques éléments chimiques :

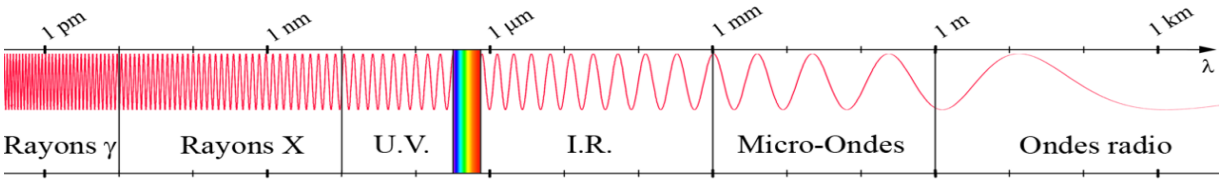
Nom de l'élément	Oxygène	Fluor
Symbole	O	F
Numéro atomique	8	9

- L'énergie d'un photon est liée à la longueur d'onde du rayonnement émis par la relation :

$$E = \frac{h \times c}{\lambda}$$

avec : h, la constante de Planck : $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s ;
λ, la longueur d'onde du rayonnement ;
c, la célérité des ondes électromagnétiques dans l'air et dans le vide, supposée connue.

- 1 eV = $1{,}60 \times 10^{-19}$ J ;
- Domaines des ondes électromagnétiques :



D'après Wikiversity

Exercice 1

Les protons accélérés par le cyclotron permettent la production de radioisotopes comme le fluor 18. Le fluor 18 radioactif entre dans la composition du fluorodésoxyglucose (FDG), un traceur radioactif qui s'accumule dans les zones cancéreuses. La désintégration de ce traceur émet des photons. Ceux-ci sont captés et analysés grâce à une gamma-caméra, placée autour de la zone à étudier.

La scintigraphie est réalisée dans un service hospitalier de médecine nucléaire, lors d'un examen en plusieurs étapes :

- injection dans une veine d'une petite quantité du traceur radioactif ;
- attente d'environ 1 h pour la diffusion et la fixation du traceur dans l'organisme ;
- enregistrement et production de clichés de l'organe à étudier puis analyse de ces clichés. Cette étape dure environ 30 minutes ;
- sortie du patient de l'hôpital 2 h après le début de l'examen.



arronax-nantes.fr/production-des-radionucleides

Pour former le fluor 18, les protons H^+ (dont la représentation symbolique est $^1_1$H) accélérés par le cyclotron bombardent une cible riche en oxygène 18. Lors de cette réaction, un neutron (noté $^1_0 n$) est également produit.

Q.8. Écrire l'équation de la réaction nucléaire conduisant à la formation du fluor 18.

Le fluor 18 contenu dans le traceur radioactif se désintègre par radioactivité β^+.

Q.9. Donner le nom et le symbole de la particule émise lors d'une désintégration radioactive β^+. Écrire l'équation de la transformation nucléaire qui correspond à cette désintégration.

Cette désintégration est accompagnée de l'émission de photons dont l'énergie moyenne est de 511 keV.

Q.10. Calculer la longueur d'onde correspondant à l'énergie moyenne transportée par le photon. Justifier alors l'utilisation d'une gamma-caméra pour analyser ce rayonnement.

Pour la suite, on note N_0 le nombre de noyaux de fluor 18 contenu dans le traceur à l'instant t = 0 s, correspondant au moment de l'injection et on note $N(t)$, le nombre de noyaux de fluor 18 présent dans le corps du patient à la date t.

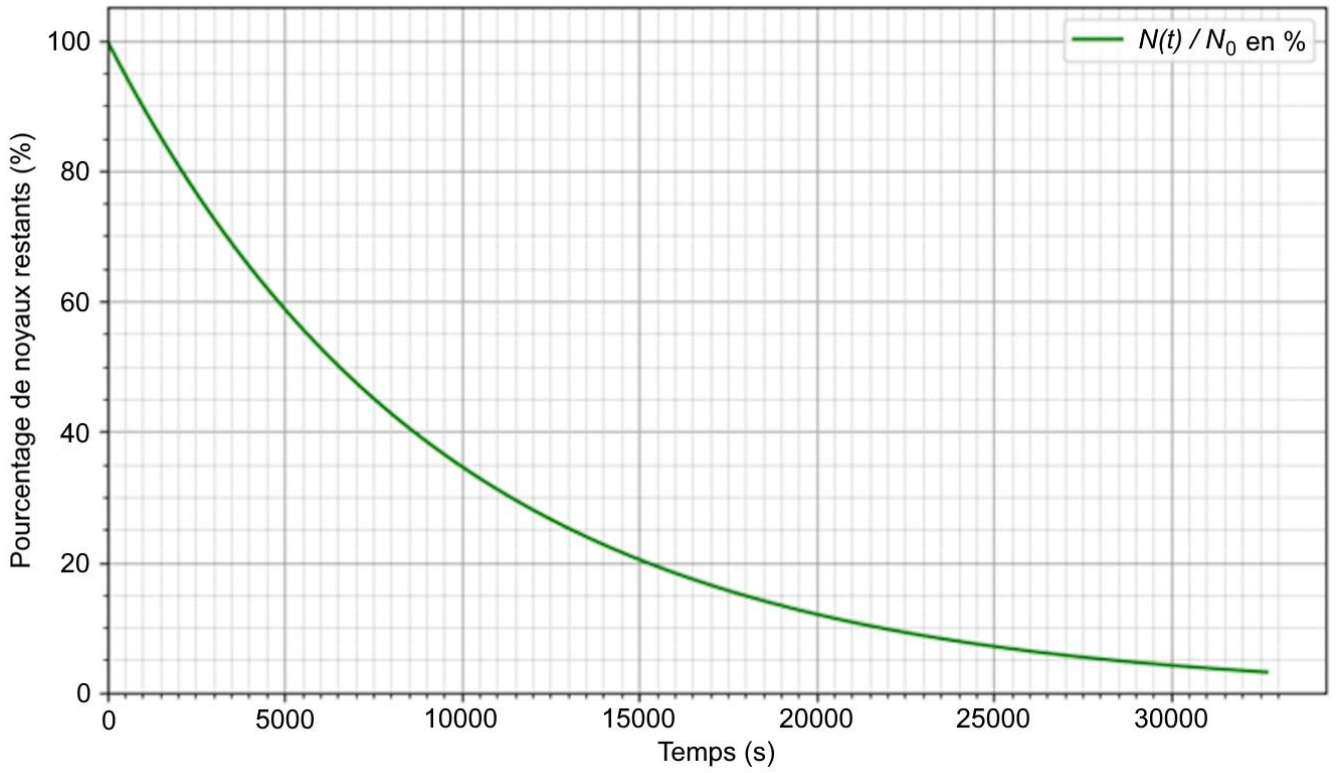
L'équation différentielle donnant le nombre de noyaux $N(t)$ en fonction du temps est de la forme :

$$\frac{\mathrm{d}\,N(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda \times N(t) \text{ avec } \lambda \text{ constante de radioactivité.}$$

Q.11. Montrer que l'expression $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda \times t}$ est bien solution de l'équation différentielle précédente.

Exercice 1

La représentation graphique ci-dessous est la modélisation du pourcentage de noyaux restants ($N(t)/N_0$) au cours du temps :



La relation entre la constante radioactive λ et le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est : $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$.

Q.12. Définir puis déterminer graphiquement la valeur du temps de demi-vie $t_{1/2}$ du fluor 18.

Q.13. Calculer la valeur de la constante radioactive λ correspondant au fluor 18.

Q.14. Déterminer le pourcentage de traceur radioactif restant dans le corps du patient après l'analyse des clichés.

Q.15. Calculer la valeur de la durée nécessaire pour qu'il reste moins de 1 % de traceur radioactif dans le corps du patient. Commenter cette valeur.