Exercice 3 - L'astéroïde 2024 PT5 (6 points)

L'astéroïde 2024 PT5 a fait l'objet de plusieurs parutions d'articles scientifiques. Deux extraits sont présentés ci-dessous.

« C'est un tout petit bout de Système solaire qui fait beaucoup parler de lui. À compter du 29 septembre, le petit astéroïde 2024 PT5 va se placer en orbite autour de la Terre. Il va rester deux mois sous l'attraction gravitationnelle de notre planète avant de s'en aller. Une deuxième lune temporaire qu'on ne pourra malheureusement pas distinguer à l'œil nu. »

https://www.cite-espace.com/actualites-spatiales/une-seconde-lune-pendant-deux-mois/, le 27 septembre 2024

« Vous vous souvenez certainement de 2024 PT5. Cet astéroïde, découvert en août dernier, est venu orbiter autour de la Terre entre novembre et janvier, au point qu'il a été surnommé la " Seconde Lune ". Ce corps rocheux, de la taille d'un bus, a passé plusieurs mois à proximité de notre planète sans jamais être capturé par sa gravité. »

https://www.cite-espace.com/actualites-spatiales/la-seconde-lune-serait-un-morceau-de-la-lune/, le 29 janvier 2025

L'objectif de cet exercice est d'expliquer pourquoi l'astéroïde 2024 PT5 n'a pas été « *capturé par la gravité* » de la Terre, puis de justifier l'affirmation selon laquelle on ne pouvait pas le distinguer à l'œil nu.

1. Mouvement autour de la Terre

Dans cette partie, on étudie l'action gravitationnelle exercée par la Terre sur la Lune, puis sur l'astéroïde 2024 PT5.
On s'intéresse au mouvement du centre de masse L de la Lune dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. On travaille dans le repère de Frenet (L, $\overrightarrow{u_t}$, $\overrightarrow{u_n}$) comme indiqué sur la figure 1. Le mouvement du centre de masse L est supposé circulaire uniforme.

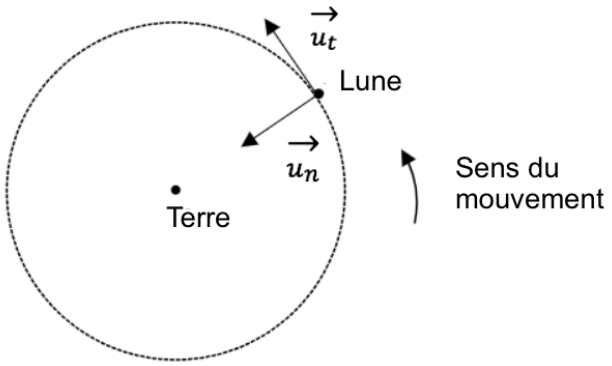


Figure 1. Étude du mouvement de la Lune dans le repère de Frenet

Données

- valeurs des masses de quelques astres :
  - masse de la Terre : $M_{\mathrm{T}} = 5{,}972\times10^{24}\ \mathrm{kg}$,
  - masse du Soleil : $M_{\mathrm{S}} = 1{,}989\times10^{30}\ \mathrm{kg}$,
  - masse de la Lune : $M_{\mathrm{L}} = 7{,}360\times10^{22}\ \mathrm{kg}$;
- valeur moyenne de la distance Terre-Soleil : $d_{\mathrm{T/S}} = 1{,}496\times10^{8}\ \mathrm{km}$;
- la force gravitationnelle exercée par un corps A de masse m_{A} sur un corps B de masse m_{B}, distant de $d_{\mathrm{A/B}}$, est donnée par la relation :

$$F_{\mathrm{A/B}} = \frac{G\cdot m_{\mathrm{A}}\cdot m_{\mathrm{B}}}{{d_{\mathrm{A/B}}}^{2}}$$

- constante universelle de gravitation : $G = 6{,}67\times10^{-11}\ \mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}$;
- définition de l'unité astronomique (au) : $1\ \mathrm{au} = 1{,}496\times10^{8}\ \mathrm{km}$.

La distance du centre de la Terre au centre de la Lune est notée $d_{\mathrm{T/L}}$.

Q1. Donner l'expression vectorielle de la force $\vec{F}_{\mathrm{T/L}}$ exercée par la Terre sur la Lune.

Q2. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'expression de la vitesse v_{L} de la Lune est donnée par la relation :

$$v_{\mathrm{L}} = \sqrt{\frac{G\cdot M_{\mathrm{T}}}{d_{\mathrm{T/L}}}}$$

Q3. Déterminer l'expression de la période de révolution T de la Lune autour de la Terre, en fonction de la distance $d_{\mathrm{T/L}}$, puis vérifier que l'on peut retrouver l'expression de la troisième loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{d_{\mathrm{T/L}}^3} = \frac{4\pi^2}{G\cdot M_{\mathrm{T}}}$$

La valeur de la période de révolution de la Lune autour de la Terre est de 27,3 jours.

Q4. Calculer la valeur de la distance Terre-Lune $d_{\mathrm{T/L}}$.

La sphère de Hill de la Terre désigne la région entourant la Terre, à l'intérieur de laquelle l'influence gravitationnelle de la Terre domine celle du Soleil. Dit autrement, la sphère de Hill correspond à la limite, à partir de laquelle l'attraction gravitationnelle exercée par la Terre sur un objet est approximativement égale à celle exercée par le Soleil.

On peut déterminer le rayon de la sphère de Hill de la Terre, exprimé en km, à partir de la relation suivante :

$$r_{\mathrm{Hill}} = d_{\mathrm{T/S}}\cdot\sqrt[3]{\frac{M_{\mathrm{T}}}{3\cdot M_{\mathrm{S}}}}$$

avec :

- M_{S} : masse du Soleil en kg ;
- M_{T} : masse de la Terre en kg ;
- $d_{\mathrm{T/S}}$: distance Terre-Soleil en km.

Q5. Calculer la valeur du rayon de la sphère de Hill de la Terre.

Q6. Indiquer si la Lune se situe dans la sphère de Hill de la Terre.

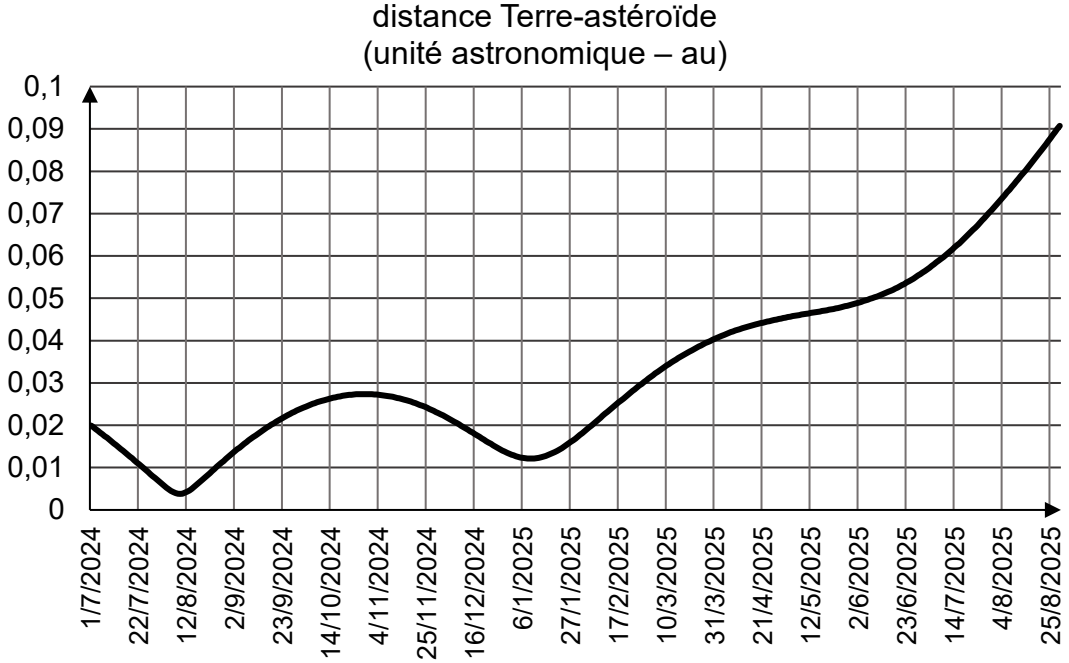


Figure 2. Distance (en unité astronomique) entre la Terre et l'astéroïde 2024 PT 5, du 1er juillet 2024 au 25 août 2025. D'après https://ssp.imcce.fr/forms/ephemeris.

Q7. À l'aide de la figure 2 et des réponses précédentes, donner un argument permettant d'expliquer la phrase de l'article « *l'astéroïde est venu orbiter autour de la Terre entre novembre et janvier, sans jamais être capturé par sa gravité* ».

2. Observation de l'astéroïde à l'œil nu

La taille de l'astéroïde est estimée à $d = 11\ \mathrm{m}$. Le 9 août 2024, il est passé au plus près de la Terre, à une distance $d_{\mathrm{A/T}} = 5{,}67 \times 10^5\ \mathrm{km}$.

Données :

- un objet AB est vu sous un angle θ par l'œil (figure 3). Le pouvoir séparateur de l'œil humain, noté ε, est la valeur minimale de l'angle θ sous lequel les deux points A et B peuvent être vus séparément.
  L'objet AB peut donc être vu distinctement par l'œil si $\theta > \varepsilon$;

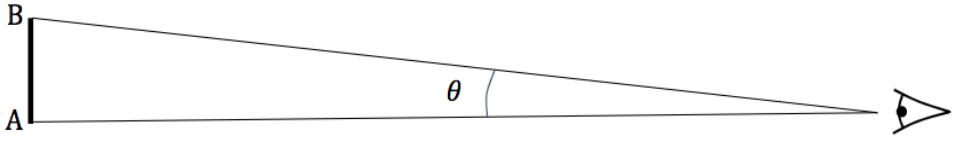


Figure 3. Observation à l'œil nu d'un objet AB

- pouvoir séparateur de l'œil de l'observateur : $\varepsilon = 3{,}0{\times}10^{-4}\ \mathrm{rad}$;
- pour des angles très petits, exprimés en radian : $\tan\theta \approx \theta$.

Q8. Montrer que la valeur de l'angle θ est égale à $1{,}9 \times 10^{-8}\ \mathrm{rad}$ lorsque l'observateur cherche à observer à l'œil nu deux points diamétralement opposés de l'astéroïde situé à la distance $d_{\mathrm{A/T}}$.

Q9. En ne tenant compte que du pouvoir séparateur de l'œil, commenter la phrase de l'article : « *Une deuxième lune temporaire qu'on ne pourra malheureusement pas distinguer à l'œil nu* ».

3. Observation de l'astéroïde avec une lunette astronomique

Pour mieux discerner des objets distants, l'une des méthodes possibles est d'utiliser une lunette astronomique.
Le grossissement de la lunette, noté G, correspond au rapport entre l'angle θ' sous lequel est vu l'objet à travers la lunette et l'angle θ : $G = \frac{\theta'}{\theta}$.
On rappelle que $\theta = 1{,}9 \times 10^{-8}\ \mathrm{rad}$.

Le critère pour pouvoir distinguer deux points d'un objet éloigné au travers de la lunette devient alors $\theta' > \varepsilon$, avec ε le pouvoir séparateur de l'œil.

Dans cette partie, on s'appuie sur le schéma de l'**ANNEXE 3 À RENDRE AVEC LA COPIE**.

On note F_1, F_1', F_2, et F_2', respectivement les foyers objet et image des lentilles L_1 et L_2 ainsi que f_1', et f_2', les distances focales de ces lentilles.

La « Grande Lunette » de Meudon est encore aujourd'hui la plus grande lunette astronomique d'Europe. Elle est constituée de deux lentilles minces convergentes :

- une lentille L_1 de distance focale $f_1' = 16\ \mathrm{m}$;
- une lentille L_2 de distance focale $f_2' = 4\ \mathrm{cm}$.

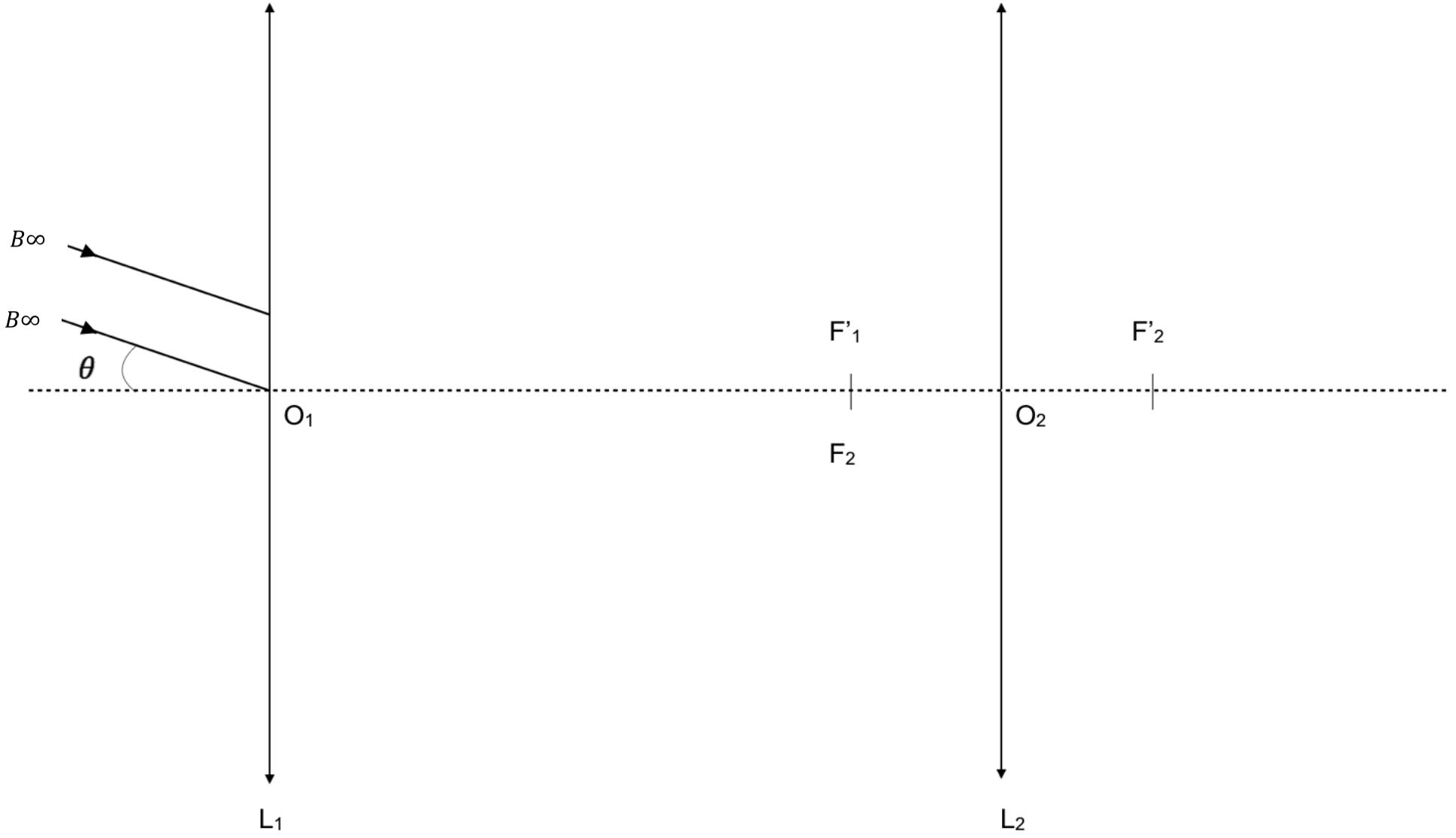
Q10. Sur le schéma de **l'ANNEXE 3 À RENDRE AVEC LA COPIE**, tracer la marche des deux rayons lumineux issus du point B, situé à l'infini, au travers de la lunette. Faire apparaitre l'image intermédiaire $\mathrm{A_1B_1}$.

Q11. Montrer que le grossissement de la lunette astronomique s'exprime par la relation :

$$G = \frac{f_1'}{f_2'}$$

Q12. Déterminer si la « Grande Lunette » de Meudon permet de distinguer deux points diamétralement opposés de l'astéroïde 2024 PT5.

ANNEXE 3 À RENDRE AVEC LA COPIE (Exercice 3 - Q10)



Schématisation de la lunette astronomique (le schéma n'est pas à l'échelle).