

Amérique du Sud 2007- EXERCICE I. ÉTUDE DE SATELLITES D'OBSERVATION (5 points)
CORRECTION © <http://Labolycee.org>

1. ENVISAT : un satellite circumpolaire.

1.1.1.

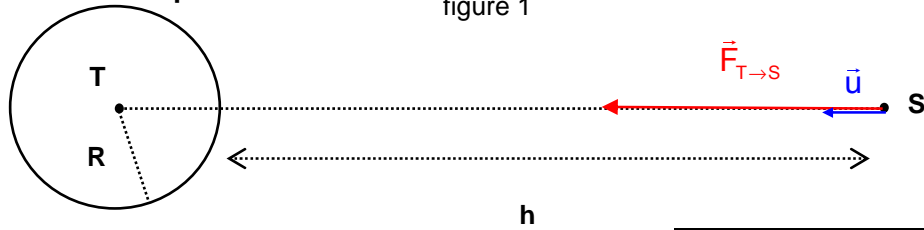


figure 1

Expression vectorielle de la force exercée par la Terre T sur le satellite S :
$$\vec{F}_{T \rightarrow S} = G \frac{mM}{(R+h)^2} \vec{u}$$

avec \vec{u} vecteur unitaire orienté de S vers T.

1.1.2. Valeur de la force $F_{T \rightarrow S} = G \cdot \frac{mM}{(R+h)^2}$

En exprimant les distances en mètres, on a : $F_{T \rightarrow S} = 6,67 \times 10^{-11} \cdot \frac{8200 \times 5,98 \times 10^{24}}{(6,38 \times 10^6 + 800 \times 10^3)^2} = 6,34 \times 10^4 \text{ N}$

1.2. Le satellite est étudié dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen. La deuxième loi de Newton donne $\vec{F}_{T \rightarrow S} = m \cdot \vec{a}$

$$G \frac{mM}{(R+h)^2} \cdot \vec{u} = m \cdot \vec{a}$$

finalement:
$$\vec{a} = \frac{GM}{(R+h)^2} \cdot \vec{u}$$

1.3. Le vecteur accélération a une valeur constante si l'on considère son altitude h constante.

direction : droite reliant les centres de la Terre et du satellite

sens : vers la Terre

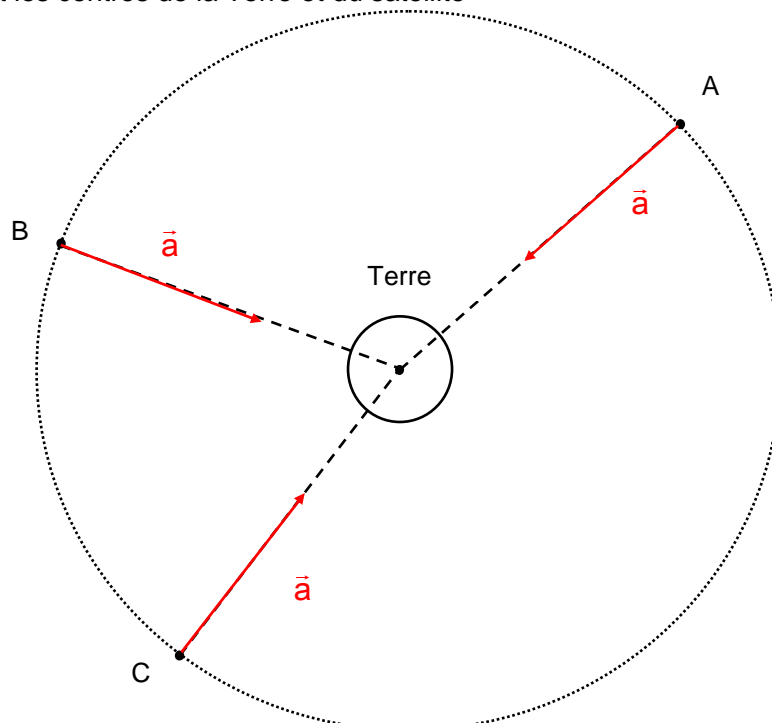


figure 2

1.4. Dans le cas d'un mouvement circulaire et uniforme, le vecteur accélération s'écrit :
$$\vec{a} = \frac{v^2}{(R+h)} \vec{u}$$

En identifiant les deux vecteurs accélération il vient :
$$\frac{v^2}{(R+h)} = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

soit finalement

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

1.5. Application numérique: avec **les distances en mètre** il vient

$$v = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}}{(6,38 \times 10^6 + 800 \times 10^3)^3}} = 7,45 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1} = 7,45 \text{ km.s}^{-1}.$$

1.6. Le satellite parcourt le périmètre $2\pi.(R+h)$ de la trajectoire pendant la durée T d'une période à la vitesse v donc

$$v = \frac{2\pi.(R+h)}{T} \Leftrightarrow \boxed{T = \frac{2\pi.(R+h)}{v}}$$

$$T = \frac{2\pi \times (6,38 \times 10^6 + 800 \times 10^3)}{7,45 \times 10^3} = 6,05 \times 10^3 \text{ s} \quad \text{calcul effectué avec la valeur non arrondie de } v$$

2. METEOSAT 8 : un satellite géostationnaire.

2.1. Pour être **géostationnaire** un satellite doit avoir :

- une **orbite circulaire** dont le centre est le centre T de la Terre et parcourue dans le même sens que le sens de rotation de la Terre,
- une orbite **contenue dans le plan de l'équateur terrestre**,
- une **période T** égale à la **période de rotation propre T_0 de la Terre** autour de l'axe des pôles.

2.2. La question 1.6. donne $T = \frac{2\pi(R+H)}{v}$ donc $T^2 = \frac{4\pi^2(R+H)^2}{v^2}$

La question 1.4 donne $v = \sqrt{\frac{GM}{R+H}}$ donc $v^2 = \frac{GM}{R+H}$

En reportant v^2 dans T^2 il vient :

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R+H)^2}{GM} \quad \text{et finalement} \quad \boxed{\frac{T^2}{(R+H)^3} = \frac{4\pi^2}{GM}}$$

En posant $r = R + h$ on retrouve bien la troisième de Kepler avec la constante K telle que

$$\boxed{K = \frac{4\pi^2}{GM}}$$

$$K = \frac{4\pi^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}} = 9,90 \times 10^{-14} \text{ S.I}$$

2.3. $\frac{T^2}{(R+H)^3} = K$

$R+H = \left(\frac{T^2}{K}\right)^{1/3}$, pour METEOSAT 8 qui est un satellite géostationnaire, $T = T_0 = 1436 \text{ min} = 86\,160 \text{ s}$.

$$R+H = \left(\frac{T_0^2}{K}\right)^{1/3}$$

$$R+H = \left(\frac{86160^2}{9,90 \times 10^{-14}}\right)^{1/3} = 4,22 \times 10^7 \text{ m} = 4,22 \times 10^4 \text{ km} \quad \text{calcul effectué avec la valeur non arrondie de } K$$

$$H = 4,22 \times 10^4 - 6,38 \times 10^3 = 3,58 \times 10^4 \text{ km}$$

On retrouve bien une valeur voisine de 36 000 km comme indiquée dans l'énoncé.

2.4.

2.4.1. On a $2r = r_P + 2R + r_A$
avec $r_P = 200 \text{ km}$ et $r_A = 36\,000 \text{ km}$

donc $r = \frac{r_P + 2R + r_A}{2}$

$$r = \frac{200 + 2 \times 6,38 \times 10^3 + 36000}{2} \approx 24\,480 \text{ km}$$

2.4.2. La troisième loi de Képler donne $\frac{T^2}{r^3} = K$

$$\Leftrightarrow T = \sqrt{K.r^3}$$

$$T = \sqrt{9,90 \times 10^{-14} \times (24480 \times 10^3)^3} = 3,81 \times 10^4 \text{ s}$$

calcul effectué avec la valeur non arrondie de K

