Amérique du Nord 2009 **EXERCICE I : LE HOCKEY SUR GAZON (5 POINTS)**
http://labolycee.org

Pratiqué depuis l'Antiquité sous le nom de « jeu de crosses », le hockey sur gazon est un sport olympique depuis 1908. Il se pratique sur une pelouse naturelle ou synthétique, de dimensions quasi identiques à celles d'un terrain de football. Chaque joueur propulse la balle avec une crosse ; l'objectif étant de mettre la balle dans le but.
Dans cet exercice, on étudie le mouvement de la balle de centre d'inertie G et de masse m, dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
Cette étude peut être décomposée en deux phases.

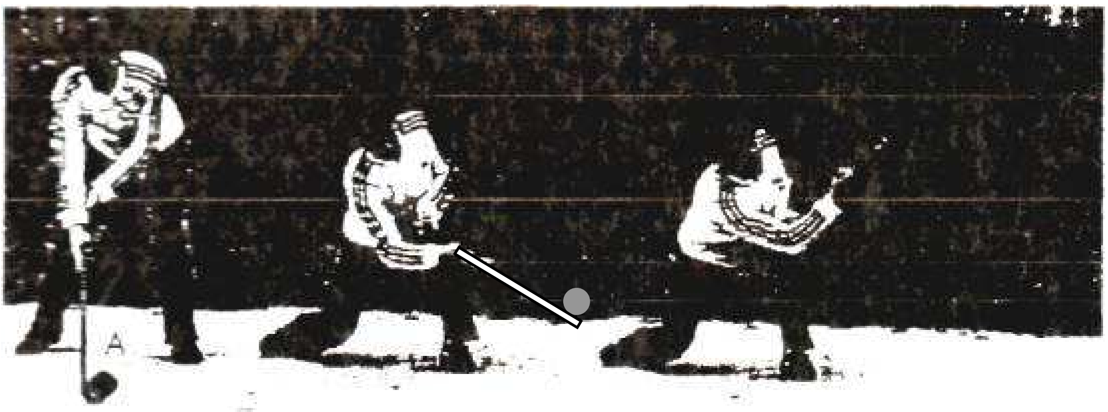

Figure 1 Figure 2 Figure 3

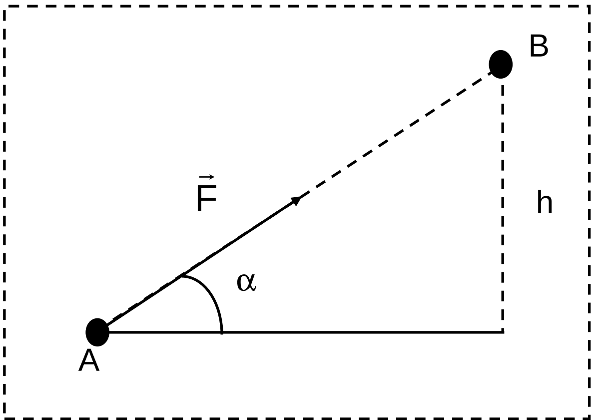

Figure 4

Les parties A, B et C sont indépendantes.

A - Première phase

Durant cette phase, on néglige toutes les actions liées à l'air ainsi que le poids de la balle.

1. *La première phase est illustrée par les figures* 1 *et* 2 *représentées sur la photographie ci-dessus et schématisée par la figure* 4.
   Au point A*, la balle est immobile. Entre les points* A *et* B*, elle reste en contact avec la crosse. La force* $\vec{F}$ *exercée par la crosse sur la balle, supposée constante, est représentée sur la figure* 4. *Le segment* AB *représentant la trajectoire de la balle est incliné d'un angle* $\alpha = 30°$ *avec l'horizontale* .

   Données : - *masse de la balle :* m = 160 g
   - *intensité du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

   1.1. Énoncer la deuxième loi de Newton et l'appliquer à la balle lors de son trajet entre A et B.

   1.2. Que peut-on dire de la nature du mouvement de la balle entre A et B ?

2. La force $\vec{F}$ s'exerce pendant une durée $\Delta t = 0{,}11$ s. La balle part du point A sans vitesse initiale et arrive en B avec une vitesse $\overrightarrow{v_B}$ telle que $v_B = 14\ m.s^{-1}$.

   2.1. Donner l'expression du vecteur accélération en fonction du vecteur vitesse.

   2.2. Calculer la valeur de l'accélération du centre d'inertie de la balle entre les points A et B.

3. En utilisant les résultats obtenus en 1.1.2, calculer l'intensité de la force exercée sur la balle par la crosse. L'hypothèse concernant le poids de la balle est-elle justifiée ?

B - Deuxième phase

Au point B*, la balle quitte la crosse à la date t = 0 avec le vecteur vitesse* $\overrightarrow{v_B}$ *contenu dans le plan (xOz) ; c'est la deuxième phase du mouvement correspondant à la figure 3 de la photographie.*
On néglige toutes les actions liées à l'air.
On étudie le mouvement du centre d'inertie G de la balle dans le champ de pesanteur supposé uniforme.
Le système d'axes utilisé est représenté sur le schéma ci-dessous : l'axe Ox *est horizontal dirigé vers la droite et* Oz *est vertical et dirigé vers le haut. L'origine des axes est située à la verticale du point B telle que* OB = h = 0,40 m.

1. Trajectoire de la balle.

1.1. Donner l'expression des coordonnées v_{Bx} et v_{Bz} du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_B}$ de la balle à l'instant t = 0 s, en fonction de v_B et de α.

1.2 Donner l'expression des coordonnées x_B et z_B du vecteur $\overrightarrow{OB}$ de la balle au point B.

1.3. En appliquant la deuxième loi de Newton, on obtient les équations horaires suivantes :

$$\overrightarrow{a_G}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \qquad \vec{v}\begin{cases} v_x = v_B.\cos\alpha \\ v_z = v_B.\sin\alpha - gt \end{cases}$$

Montrer que la valeur v_S de la vitesse de la balle au sommet S de la trajectoire est $v_S = 12\ m.s^{-1}$.

1.4. Montrer que les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ du centre d'inertie de la balle sont les suivantes :

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = (v_B.\cos\alpha)t \\ z = h + (v_B.\sin\alpha)t - \frac{1}{2}g.t^2 \end{cases}$$

1.5. En déduire l'équation de la trajectoire de la balle.

2. La ligne de but est située à une distance d = 15 m du point O. La hauteur du but est L = 2,14 m. On néglige le diamètre de la balle devant la hauteur du but.

2.1. Quelles conditions doivent satisfaire x et z pour que le but soit marqué ?

2.2. Vérifier que ces conditions sont bien réalisées.

C - Étude énergétique

Le même tir est réalisé du milieu du terrain à une distance du but supérieure à 15 m.
On rappelle les valeurs suivantes ; OB = h = 0,40 m ; v_B = 14 m.s^{-1} *; vitesse au sommet S de la trajectoire :* v_S = 12 m.s^{-1}.

L'énergie potentielle de pesanteur Ep(0) *est choisie nulle à l'altitude z = 0.*

1. Donner l'expression littérale de l'énergie potentielle de pesanteur E_P puis celle de l'énergie mécanique E_M de la balle en fonction de g, m, v et z.

2. Calculer l'énergie mécanique E_M(B) de la balle au point B.

3. Toutes les actions de l'air sont négligées.

   3.1. Que peut-on dire de la valeur de l'énergie mécanique E_M de la balle au cours de son mouvement ?

   3.2. Exprimer l'altitude maximale z_{max} que pourrait atteindre la balle au point S dans ces conditions, en fonction de E_M, v_S, m et g.
   Calculer la valeur de z_{max}.